

Rada Čahtarević

OSNOVE GEOMETRIJSKOG PROSTORNOG MODELIRANJA

Od nacrte geometrije do računarske grafike

Rada Čahtarević

OSNOVE GEOMETRIJSKOG PROSTORNOG MODELIRANJA

Od nacrtne geometrije do računarske grafike

Arhitektonski fakultet Univerziteta u Sarajevu

Sarajevo, 2020.

CIP - Katalogizacija u publikaciji
Nacionalna i univerzitetska biblioteka
Bosne i Hercegovine, Sarajevo

514.18(075.8)
004.925.8(075.8)

ČAHTAREVIĆ, Rada

Osnove geometrijskog prostornog modeliranja
[Elektronski izvor] : od nacrte geometrije do
računarske grafike / Rada Čahtarević. - El. knjiga. -
Sarajevo : Arhitektonski fakultet, 2020

Način pristupa (URL): https://af.unsa.ba/publikacije/Rada_Cahtarevic_Osnovi_geometrijskog_prostornog_modeliranja;_od_nacrte_geometrije_do_ra%C4%88dunarske_grafike_2020.pdf. - Nasl. sa nasl. ekrana. -
Opis izvora dana 24. 11. 2020.

ISBN 978-9958-691-94-2

COBISS.BH-ID 41464838

Rada Čahtarević
OSNOVE GEOMETRIJSKOG PROSTORNOG MODELIRANJA
Od nacrte geometrije do računarske grafike
Arhitektonski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo, 2020.

Izdavač: Arhitektonski fakultet Univerziteta u Sarajevu
Za izdavača: Prof. dr. Erdin Salihović

Naslov:
OSNOVE GEOMETRIJSKOG PROSTORNOG MODELIRANJA:
Od nacrte geometrije do računarske grafike

Autor:
Prof. dr. Rada Čahtarević, dipl. ing. arh.

Recenzenti:
Prof. dr. Izudin Bajrektarević
Doc. dr. Nermina Zagora

DTP i tehnička obrada: Rada Čahtarević
Lektor: Sanjin Šahović

Elektronsko izdanje

Sadržaj

Predgovor	1
1. GEOMETRIJSKO MODELIRANJE PROSTORA	3
1. 1. Koncept prostora	4
Fizički materijalni prostor	5
Opažajni vizualni prostor	7
Zakonitosti perceptivne organizacije	9
1. 2. Geometrijski prostor	11
Geometrijska apstrakcija i Euklidska geometrija	14
Grafički interpretirana primjenjena geometrija	18
Konstrukcije pravilnih geometrijskih figura	21
Konstrukcije ellipse	22
Geometrijsko modeliranje i prostorna vizualizacija	24
2. OSNOVE NACRTNE GEOMETRIJE	27
2. 1. Geometrija i tehnički nacrt.	28
Grafička komunikacija i vizualizacija informacija	29
Tehnički nacrt	32
Nacrtna geometrija.	35
2. 2. Geometrijske projekcije	39
Sistemi geometrijskih projekcija	40
Ortogonalne projekcije i koordinatni sistem	46
Aksonometrijske projekcije	52
Kosa projekcija	54
Izometrija, dimetrija, trimetrija	57
Projekcije tačke	60
Koordinate tačke	61
Tačke u posebnom položaju.	62

Sadržaj

Projekcije prave	63
Tragovi prave	64
Prave u posebnom položaju	65
Međusobni odnos pravih	67
Projekcije ravni	68
Tragovi ravni	69
Ravni u posebnom položaju	70
Paralelne ravni	75
Presjek ravni	76
Međusobne relacije tačke, prave i ravni	78
Prava u ravni	79
Tačka u ravni	80
Normala na ravan	81
Pravac paralelan ravnim	82
Vidljivost u projekcijama	83
Prodor prave kroz ravan	84
Transformacije u geometrijskim projekcijama	86
Transformacije tačke	87
Transformacije tijela	88
Prava veličina duži pomoću transformacija	90
Rotacija u geometrijskim projekcijama	91
Rotacija tačke	92
Rotacija pravca - prava veličina pomoću rotacije	93
Rotacija ravni u projekcijama	94
Rotacija ravni - prave veličine geometrijskih figura	95
Rotacija tijela	96

Sadržaj

2. 3. Geometrijska tijela	97
Rogljasta tijela u projekcijama	99
Pravilna rogljasta tijela	101
Presjeci rogljastih geometrijskih tijela i ravni	103
Presjek kocke sa ravni	104
Presjek piramide sa ravni	106
Presjek prizme sa ravni	108
Presjek složenih rogljastih tijela sa ravni	111
Prodori rogljastih geometrijskih tijela	112
Prodori i zadori dvije prizme	114
Obla tijela u projekcijama	116
Lopta u projekcijama	117
Valjak (cilindar) u projekcijama	118
Konus (kupa) u projekcijama	119
Presjeci oblih geometrijskih tijela i ravni	121
Presjek lopte sa ravni	122
Presjek valjka sa ravni.	124
Konusni presjeci sa ravni	126
Prodori oblih geometrijskih tijela	129
Prodori i zadori dva valjka	131
Prodori i zadori konusa	134
Prodori lopte	136
Aksonometrijski prikaz složenih geometrijskih tijela	138
Prodori i zadori kombiniranih rogljastih tijela	139
Prodori i zadori rogljastih i oblih tijela	141

Sadržaj

3.	RAČUNARSKA GRAFIKA I GEOMETRIJSKO MODELIRANJE	144
3. 1.	Računarska grafika	145
	Razvoj računarske grafike	146
	Digitalna slika - rasterska i vektorska grafika	153
	Rasterska grafika	154
	Vektorska grafika	156
3. 2.	Geometrijsko modeliranje i CAD	159
	Korisnički interfejs i interaktivna računarska grafika	162
	Dvodimenzionalno (2D) geometrijsko modeliranje	171
	Trodimenzionalno (3D) geometrijsko modeliranje	180
3. 3.	Informacijsko modeliranje	194
	Digitalno informacijsko modeliranje i BIM tehnologije	196
	Geografski informacijski sistemi - GIS	200
	CAD/CAM tehnologije	204
	Zaključno razmatranje:	207
	Integracija nacrte geometrije i računarske grafike	207
	Izvori ilustracija	212
	Literatura	214

Predgovor

Grafička komunikacija u tehničkoj i inženjerskoj praksi oslanja se na klasične metode i principe apstraktnog geometrijskog prostornog modeliranja i projekcijske metode geometrije, u savremenom dobu proširene računarskim modeliranjem i grafikom.

Kao osnova prostorne konceptualizacije, modeliranja i vizualizacije, kojom prostorne forme konstruiramo, percipiramo i interpretiramo, klasična "Nacrtna geometrija" redefinirana u svjetlu novog informatičkog doba, objedinjuje kompleksno jedinstvo vizualnog oblika, apstraktne forme i informacijskog modeliranja.

Podupirući modeliranje prostornih informacijskih domena inženjerstva, arhitekture i dizajna, grafički interpretirana geometrija postaje generator kreativnog procesa, usmjeravajući misaone tokove ka kvalitativnim, inovativnim rješenjima.

U ovoj knjizi koja je namijenjena kao udžbenik za nastavu na Arhitektonskom fakultetu, date su osnove geometrijskog prostornog modeliranja i grafičke vizualizacije koje su utemeljene u metodama Nacrtnе geometrije, obuhvatajući osnove paralelnog i ortogonalnog projiciranja u okviru tehničke grafike, uključujući u drugom dijelu osnove računarskog informacijskog prostornog modeliranja i CAD-a.

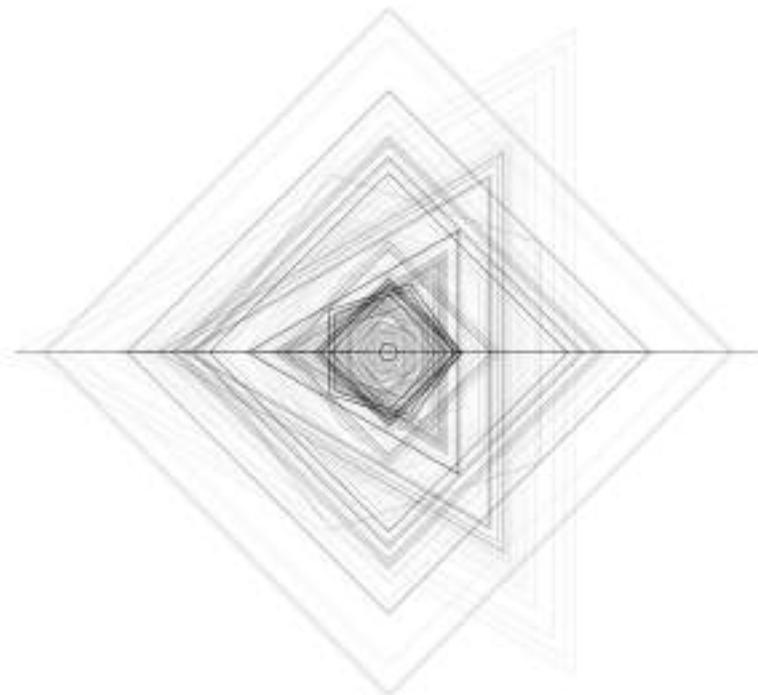
Cilj ovako koncipiranog udžbenika je dati integrисани pristup prostornom geometrijskom modeliranju i grafičkoj reprezentaciji, koji obuhvata teoretske osnove klasične Nacrtnе geometrije proširene sa uvidom u nove domene informacijskog modeliranja i računarske grafike.

Detaljnije metode trodimenzionalne vizualizacije i centralne geometrijske projekcije, koje predstavljaju poseban segment prostorne reprezentacije i vizualizacije, predmet su drugog udžbenika i nisu uključene u ovaj materijal.

Autor

1

GEOMETRIJSKO MODELIRANJE PROSTORA



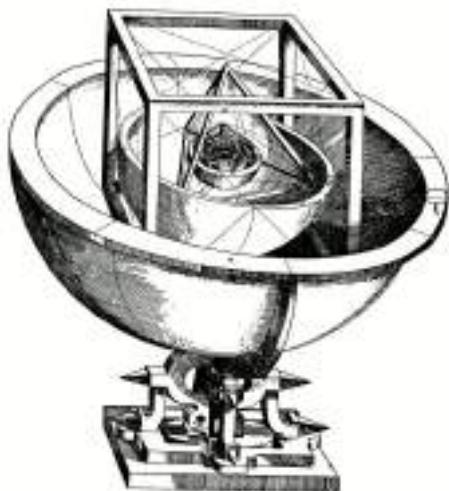
1.1.

KONCEPT PROSTORA

Koncept prostora obuhvata široko područje: od naučnih i tehničkih modela osmišljenih praktičnim iskustvom i logičkim zaključivanjem, religijskih i filozofskih spoznaja, do kulturnih i umjetničkih predstava i ekspresija.

Možemo govoriti o različitim pojavnim vidovima prostora i njegovim osnovnim kategorijama: o opažajnom, vizualnom i mentalnom prostoru, fizičkom i materijalnom prostoru, logičkom i matematskom prostoru, ljudskom društvu kao socijalnom i kulturnom prostoru, okružujućem svijetu prirodnih fenomena i živih organizama kao prirodnom i ekološkom prostoru, te o građenom i arhitektonskom prostoru uz koji se formira i tehnološki prostor.

Fizički materijalni prostor



Slika 1.

Keplerov geometrijski model solarnog sistema.

Iz knjige "Mysterium Cosmographicum"
(1596)

Fizički prostor kao realni materijalni prostor, čije su karakteristike definirane u okvirima razvoja fizike kao nauke o prirodi, obuhvata prirodni svijet i njegove procese, uz osnovne pojmovne kategorije kao što su materija i energija, prostor i vrijeme. U klasičnom dobu nauke ove kategorije bile su razdvojene, dok su u savremenoj fizici objedinjene.

Klasična nauka o prirodi proučava ukupnost materijalnih oblika i svojstava kretanja, utvrđujući njihove zakonitosti i pravilnosti. Pojam kretanja vezuje se uz pojmove materijalnog tijela, mjesta, vremena i prostora. Prostor klasične fizike je logički definiran i kao geometriziran metrički prostor, određen Dekartovim koordinatnim sistemom, u kome se odvija mehanika. Njutnove fizike. Materija u klasičnom fizičkom prostoru egzistira u čvrstim oblicima u ravnoteži ili pravilnom kretanju, razložena na prostorne elemente, podvrgnuta zakonima geometrije.¹

1 B. Pavlović, Filozofija prirode. Naprijed, Zagreb, 1978.

Razvoj nauke započeo je proučavanjem statičnih pojava, da bi se zatim počeli proučavati i dinamički procesi, preko klasične mehanike, do savremene fizike koja se bavi kompleksnim prirodnim procesima, od subatomskih pojava do haotičnih procesa i nelinearne dinamike.

Savremena nauka proučava procese i pojave koje ne spadaju u klasični prostorno-vremenski koncept otkrivajući kompleksnije tipove prostora koji posjeduje svojstva koja ne mogu biti izražena klasičnom geometrijom.

Pojavljuje se mogućnost postojanja više geometrija, gdje je svaka realna u granicama limita određenog nivoa ili oblasti u kojoj su determinirani njeni zakoni. Različite geometrije, određuju različite "oblike" prostora, koji može biti "zakriviljen" prostor tzv. neeuklidskih geometrija ili kompleksan višestruko niveliran filigranski prostor fraktalne geometrije koja može modelirati forme korespondentne prirodnim, naizgled nepravilnim oblicima. Priroda i njeni zakoni, geometrija i percepcija svijeta, postaju u savremenoj nauci međusobno povezani i međuvlisci.



Slika 2.

Računarski prikaz kompleksnih matematskih struktura.

Opažajni vizualni prostor

Pojmom prostora u perceptivnom smislu označavamo cjelinu svih opažajnih informacijskih struktura koje su dostupne našim čulima: vida, sluha, dodira, pa i mirisa.

Opažajni ili senzorni prostor predstavlja prostorne kvalitete svijeta u kome živimo, u kome se krećemo i kojim smo okruženi, posredovane preko naših senzorno - spoznajnih procesa. Ovako definiran prostor predmet je proučavanja psihologije opažanja.

Opažanje kao osnova saznajnih psiholoških procesa predstavlja registraciju i obradu informacija o energetskim promjenama u fizičkom svijetu. Opažajni proces odvija se preko čulnih organa i nervnog sistema. To je složen proces fizičko-hemijskog karaktera, koji uključuje selekciju informacija koje djeluju na čula, organiziranje ovih informacija u cjeline i njihovo tumačenje.

Najveću količinu informacija o vanjskoj sredini čovjek dobiva preko optičkih receptora - čulom vida, pa u proučavanju fenomena opažajnog prostora, najvažniju ulogu ima proučavanje karakteristika vizualnog prostora.

Percepcija ili opažanje, u začetku naučnog proučavanja ovog fenomena, tretirana je kao pasivan proces koji se manifestira nizom slika na mrežnjači oka. Vizualni prostor je smatrana direktnom vizualnom kopijom - slikom okolnog svijeta. Teorije opažanja oslanjale su se na klasičnu nauku. Dalnjim razvojem nauke o opažanju vizualni prostor je definiran kao sistem otvorenog, dinamičkog karaktera.²

Naučno proučavanje percepције простора počinje proučavanjem karakteristika vizualnog polja i retinalne slike. Karakteristike ovakvog prostora uz svojstva lokalizacije tačaka, distance, homogenosti i kontinuiteta, su dvodimenzionalnost i linearost oblika i formi vizualnog polja koje je organizirano zakonima senzorne organizacije.



Slika 3.

Čulo vida - osnova formiranja vizualnog prostora.

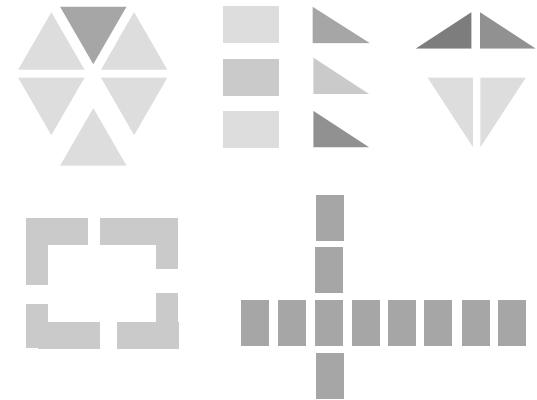
² Ž. Korać, Razvoj psihologije opažanja. Nolit, Beograd, 1985.

Zakonitosti perceptivne organizacije

Zakonitosti kojima podliježu opažajni procesi, temelje se na osnovama principa jednostavnosti, organiziranja najjednostavnijih i najpravilnijih sklopova mogućih u datim uslovima. Karakteristike vizualnih cjelina nadilaze karakteristike pojedinačnih elemenata. Pojedinačni prostorni vizualni elementi formiraju cjeline - vizualne forme.

Principi grupiranja perceptivnih informacija u cjeline uslovljavaju nastanak vizualnih oblika unutar vizualnog polja. "Geštalt" teorija percepcije definira zakone spontane senzorne organizacije, kojima su formirane osnovne vizualne strukture preko kojih se ostvaruju cjeloviti vizualni oblici, forme i uzorci.³ Osnovni principi grupiranja i vizualne organizacije su:

- princip blizine,
- princip sličnosti,
- princip simetričnosti,
- princip zatvorenosti,
- princip kontinuiteta.



Slika 4.

Geštalt principi formiranja perceptivnih cjelina:

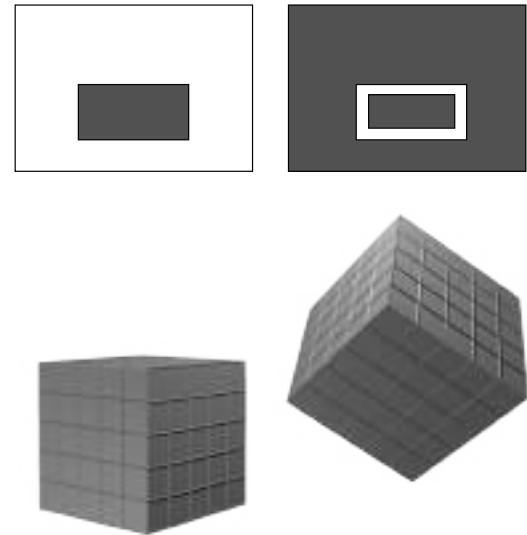
- princip blizine, princip sličnosti, princip simetričnosti, (gore)
- princip zatvorenosti, princip kontinuiteta. (dole)

3 V. Keler, Geštalt psihologija, Nolit, Beograd, 1985.

Zakonitost opažanja figure i pozadine jedna je od osnovnih tendencija organizacije procesa opažanja. Opažena figura predstavlja izdvojeni objekt na manje izraženoj pozadini kao osnovi. Dio slike uvijek se opaža kao figura a dio kao osnova, na osnovu strukturiranosti, zatvorenosti i veličini površina.

Zakonitost stalnosti opažanja podrazumijeva kontinuitet opaženih karakteristika pojedinačnih formi. Procesima percepcije vlada zakonitost konstantnosti odnosa u varijacijama promjena veličine, oblika i svjetline. Slika na mrežnici oka se transformiše, zbog mobilnosti kompletног организма u okviru koga je lociran perceptivni sistem, zadržavajući invarijantna (nepromjenjiva) svojstva percipiranih oblika - red, kontinuitet, sukcesiju tačaka, dok se mijenjaju njihove dužine i konture. Stabilnost i kontinuitet vizualnih prostornih oblika dati su konstantnošću relacija.

Vizualni prostor je kompleksna kategorija, nastao kao sintetička cjelina procesa opažanja, logičke i intuitivne spoznaje i adekvatne predstave prostornih objekata i sistema.



Slika 5.

Zakonitosti senzorne organizacije:

- *Principi opažanja figure i pozadine,*
- *Zakonitost stalnosti opažanja prostornih oblika u različitim vizualnim transformacijama.*

1.2.

GEOMETRIJSKI PROSTOR

Geometrija je naučna grana koja je nastala iz potrebe za jednostavnim, egzaktnim i preciznim određenjem prostornih konstitutivnih elemenata i njihovih relacija, definirajući apstraktni geometrijski prostor i njegove parametre. Metodama geometrije modelirana su svojstva i relacije prostornog iskustva, u vidu generalnijeg i univerzalnijeg znanja.

Razvoj geometrije može se pratiti u tragovima starih drevnih civilizacija Mezopotamije, Egipta, Indije i Kine, gdje geometrija svoju podlogu po mnogim autorima ima prvenstveno u praktičnim problemima, kao što su upravljanje zemljишnim posjedima i određivanje njihovih granica i veličina, te problemi planskog građenja.

U drevnim kulturama evidentna je praktična primjena geometrijskih objekata kao prostornih figura i tijela: uglova, trouglova, pravougaonika, kružnica, kubusa i piramide. Geometrija u starijim civilizacijama predstavlja niz pojedinačnih i često nepreciznih pravila za određivanje mjernih odnosa osnovnih prostornih oblika i njihovih veličina, do kojih se dolazi posmatranjem i upoređivanjem, uz praktične metode mjerjenja.⁴



Slika 6.

Egipatske piramide u Gizi.

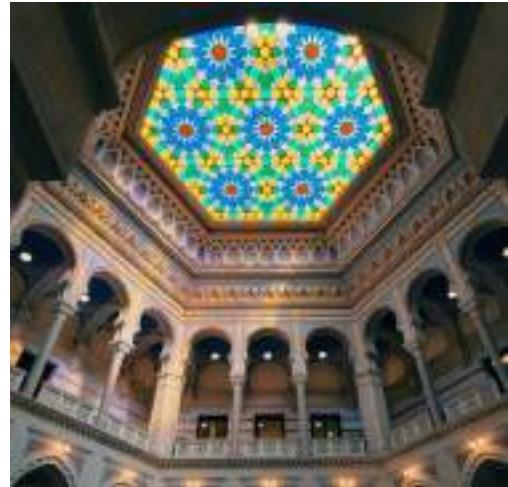
Prostor drevne egipatske arhitekture utemeljen je na osnovnim geometrijskim oblicima i mjerenjima koja su omogućila monumentalnu dimenziju gradnje.

4 J.L. Heilbron. Geometry Civilized, history, culture and technique, Oxford University Press, New York, 1998.

Iako se u većini literature naglašavaju njeni izvorni praktični aspekti, treba uzeti u obzir i neke druge izvore geometrije, da bi se u potpunosti shvatio značaj i dubina svih njenih dometa.

Geometrijska simbolika i apstraktno poimanje koje nadilazi direktno iskustvo i percepciju svijeta, vezani su i za simboličko izražavanje širih kozmoloških ideja. Geometrija svoju primjenu ima i u konstrukciji kozmoloških simbola koji su imali integrisane praktične i duhovne aspekte. Geometrijska simbolika i ornamentika postaju sredstva umjetničkog izražavanja kojim se predstavljaju univerzalni aspekti svijeta.

Geometrija je kroz hiljadugodišnji razvoj ljudske civilizacije, prenošena kao skup znanja koja su u pojedinim periodima dobivala nove dimenzije i sve generalniju formu, od praktične tehnike mjerena pretvarajući se u visoko apstrahovan konceptualni sistem sve složenije strukture i univerzalnijeg karaktera.



Slika 7.

Ornamentalna geometrija.

Vijećnica u Sarajevu.

Geometrijska apstrakcija i Euklidska geometrija

Zajedničke karakteristike različitih naučnih pristupa proučavanju prostora bazirane su na principu apstrakcije. Različiti objekti apstrakcijom mogu biti povezani i objedinjeni njihovim zajedničkim svojstvima ili sličnošću njihovih razlika. Apstrakcija s jedne strane smanjuje informacijski sadržaj i isključuje određene specifičnosti, a s druge stvara nove generalne kategorije i univerzalne strukture.

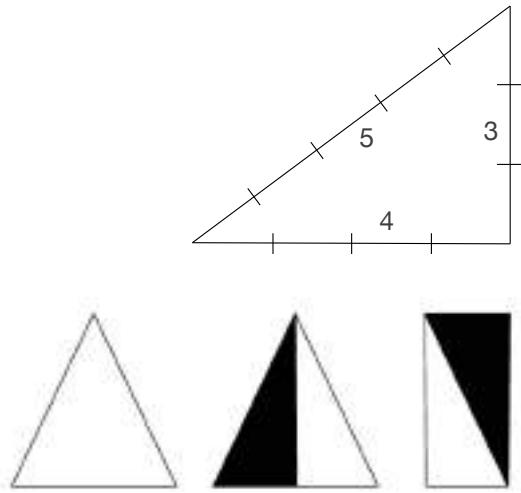
Princip apstrakcije predstavlja osnovu mnogih percepcijskih i spoznajnih procesa ljudskog uma. Procesom apstrakcije se realni prostor prevodi u analogni apstraktни prostor. Apstraktni prostor kao prostor mentalnih koncepcija, zasnovan je na određenoj reprezentaciji bitnih svojstava i relacija složenih sistema ili procesa.

Putem određenih simboličkih jezika, mogu se izraziti i formalizirati apstrahovane relacije, te se apstrakcija javlja kao osnovni fundament naučnog, tehničkog i umjetničkog izražavanja i kreiranja.

Geometrijska prostorna apstrakcija obuhvata različite nivoe i metode kojim se izučavaju prostorni elementi i njihovi odnosi. Apstrahovane prostorne geometrijske figure i njihove različite konfiguracije, posjeduju određena svojstva prostiranja, uz koja su vezani parametri mjere i veličine. Geometrijska apstrakcija koja je ujedno i kompresija informacija, predstavlja sistem koji omogućava inteligentnu, produktivnu kontrolu prostora limitirajući njegovu kompleksnost.

U klasičnoj praktičnoj geometriji starih kultura otkrivena je međuvisnost apstrahovanih kvantitativnih vrijednosti geometrijskih prostornih objekata: dužina, površina i volumena, te se vrši numerički linearo izraženo određivanje jednakosti i omjera veličina i relacijskih odnosa.

Poznavanje mjernih odnosa osnovnih geometrijskih figura i određivanje nepoznatih veličina na osnovu poznatih, npr. površine iz dužine, volumena iz površine, otkrivanjem njihovih međusobno uslovljenih relacija, predstavlja začetak geometrije.



Slika 8.

Geometrijske operacije drevne Egipatske kulture:

- konstrukcija pravouglog trougla pomoću linearnih segmenata u odnosu 3, 4 i 5 jediničnih dužina,
- svođenje površine jednakokrakog trougla na pravougaonik.

Euklidovi «Elementi», kao vrhunac naučnog doprinosa klasične Grčke nauke, smatra se jednim od najznačajnijih pisanih dokumenata ljudske civilizacije. Euklidov rad ne predstavlja samo prostu komplikaciju znanja o geometrijskim zakonima, već sistematiziranu naučnu cjelinu. Obiman rad dat je u 13 dijelova ili "knjiga" u određenim prevodima.⁵

Euklidska geometrija bavi se univerzalnim svojstvima prostornih objekata. Ona su određena zakonima apsolutnog karaktera, dokazivim kroz logičke strukture dedukcije. Temelje se na osnovnim definicijama kao očiglednim istinama intuitivne spoznaje i aksiomima, fundamentalnim, nezavisnim tvrdnjama koje su date kao istine koje postaju generalne i univerzalne.

Osnovna struktura Euklidovih «Elemenata» data je u vidu postulata. Postulati definiraju osnovne položajne relacije geometrijskih elemenata : tačaka, pravaca i kružnica. Uz pet postulata dodatno su razjašnjeni i osnovni pojmovi jednakosti veličina i odnosa dijela spram cjeline.

5 Euklid, A. Bilimović, *Euklidovi elementi*. Naučna knjiga, Beograd, 1949.



Slika 9.

Euklidovi Elementi.

Prva štampana izdanja knjige *Elementi*,
Campanus Novara, 1480. g.

Geometrijski prostor klasične euklidske geometrije definiran je kao kontinuirana trodimenzionalna ekstenzija u kojoj geometrijski elementi i figure mogu mijenjati svoj položaj.

U prvom dijelu Euklidovih «Elemenata» date su definicije kojim su izloženi generalni opisi karakteristika apstraktnih strukturalnih elemenata geometrijskog prostora: tačke, linije, pravca, površine i ravni, ugla, pravog ugla, te osnovnih odnosa kao što je okomitost/normalnost pravaca, definiranje osnovnih geometrijskih figura: kružnice i dijametra, trougla i njegovih tipova, kvadrata, romba, romboida, trapezoida i na kraju definicija paralelnosti pravaca.⁶

Euklidska geometrija, iako su njeni teoremi i dokazi izraženi verbalnim putem, praćena je i grafičkim konstruktivnim aparatom. Iz nje kasnije proizilaze projektivna i nacrtna geometrija, koje postaju osnova primijenjene geometrije u inženjerstvu i projektovanju.



Slika 10.

Ilustracija geometrijskih propozicija iz knjige "Elementi" Euklida:

*Knjiga 1, Propozicija 43:
U svakom paralelogramu, komplementni paralelogrami odsječaka na dijagonali su jednaki*

⁶ Ibid.

Grafički interpretirana primijenjena geometrija

Kroz geometriju je razvijen i poseban apstraktni grafički "jezik" preko koga su posredovana i objašnjena svojstva i relacije koncepta prostora. Ono što klasičnu geometriju čini primjenjivom je zasnivanje njene logike i zakona na osnovi vizualne grafičke predstave koja prati stavove i dokaze. Često se zaključci euklidske geometrijske teorije ne zasnavaju samo na formalnoj logici već i na očiglednosti slike koja opisuje dati problem.⁷ Geometrijske teoretske tvrdnje su verificirane preko posrednog predstavljanja na dvodimenzionalnoj ravnoj površini, putem fizičke konstrukcije, kroz grafičku interpretaciju u vidu crteža. Grafički interpretirana geometrija vezuje se za grafičku prezentaciju njenih osnovnih elemenata - tačke i pravca. Vizualna grafička reprezentacija geometrijskog prostornog modeliranja zahtijeva konstruktivni aparat koji omogućava preciznu i lako ponovljivu konstrukciju.

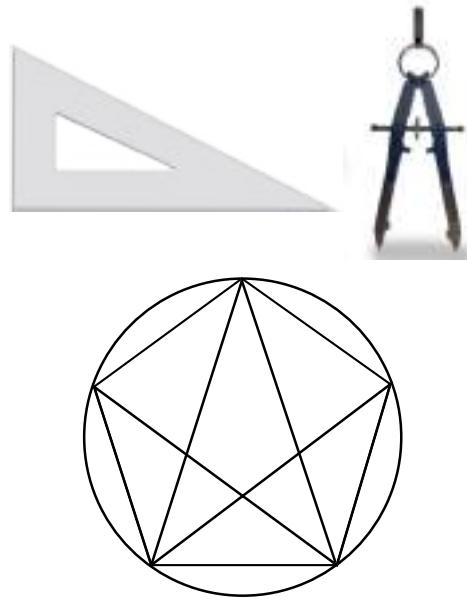
⁷ S. Barker, Filozofija matematike. Nolit, Beograd, 1973.

Geometrijske konstrukcije klasične euklidske geometrije su limitirane pravcem i kružnicom, odnosno njihovim materijalnim konstruktivnim aparatom - ravnalom i šestarom.

Primjenjeni grafički interpretiran geometrijski model, prostorni je model sintetičkog karaktera, u kome cjelovitost prostorne predstave uključuje ne samo geometrijske principe kao logičke apstraktne strukture, već i vizualne i kompleksne perceptivne i spoznajne procese ljudskog uma.

Grafički model geometrije, povezuje logičke strukture i opažajno-spoznajne strukture u jedinstvenu cjelinu. Baziran na jednostavnosti i vizualnoj očiglednosti, povezujući fizički i logički matematski prostor u sintetičku cjelinu, omogućava široku praktičnu primjenu logičkih geometrijskih prostornih zakonitosti u praktičnim područjima nauke, tehnike i inženjerstva.

Primjenjivost grafički interpretiranog modela geometrije zasnovanog na vizualnoj prezentaciji osnovnih geometrijskih elemenata i njihovih relacija, utemeljena je u psiko-senzornom porijeklu pojma prostornosti.



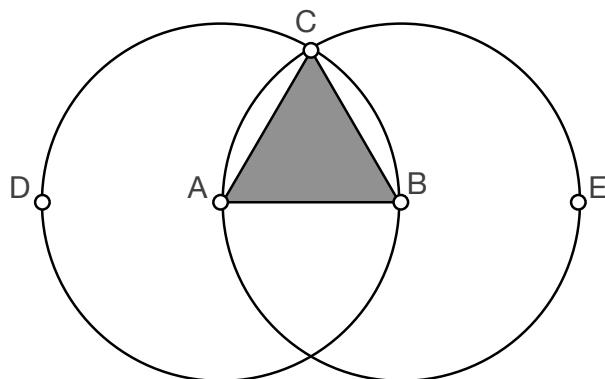
Slika 11.

Konstruktivni aparati i grafički elementi klasične geometrije.

Konstruktivnim aparatom, ravnalom i šestarom, izvedeni su grafički elementi: pravac i kružnica.

Dok se u čisto matematički interpretiranom modelu geometrije, uspostavlja korespondentni model prostora preko matematskih simbola, koji se uglavnom odnose na relaciona svojstva elemenata, odvajanjem logičkih formi od realističnog, fizičkog ili intuitivnog poimanja prostora, u grafički interpretiranom modelu geometrije realizira se korespondentna slika prostora preko posebnih grafički konstruiranih elemenata.

Euklidska geometrija u prvom dijelu bavi se konstruktivnom geometrijom u ravni, pa je grafičke konstrukcije pravilnih dvodimenzionalnih geometrijskih figura u dvodimenzionalnoj ravni crteža moguće izvesti iz njenih zakonitosti.



Slika 12.

Geometrijska grafička konstrukcija jednakostraničnog trougla: Euklidovi Elementi, Knjiga I, Propozicija 1

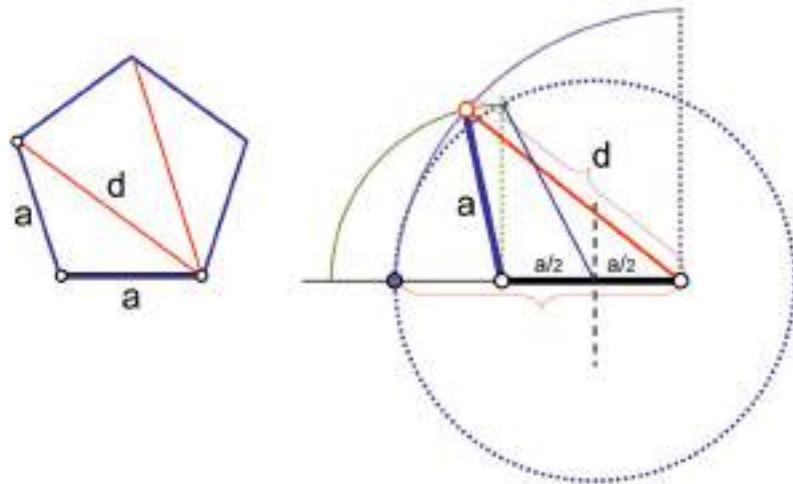
Na dатој дужини конструисати једнокоstrанични trougao

1. *AB je data dužina,*
2. *Opisana je kružnica sa središtem u A i radijusa AB i kružnica sa središtem B i radijusom BA,*
3. *Od tačke C u kojoj se kružnice međusobno sijeku do tačaka A, B povuku se dužine CA, CB,*
4. *A je središte kružnice CDB; AC je jednaka AB;*
B je središte kružnice CAE; BC je jednako BA;
CA jednaka AB; Stoga je CA, CB jednako AB.
5. *(Ono što je jednako istom jednako je i međusobno.)*
CA jednako CB; CA, AB, i BC međusobno su jednake.

Konstrukcije pravilnih geometrijskih figura

Konstruktivni postupci Euklidske geometrije omogućavaju konstrukciju pravilnih geometrijskih figura koje se odlikuju identičnim elementima koji stvaraju cjelinu, uz pomoć linije i kružnice kao osnovnih konstruktivnih elemenata i mehaničkog konstruktivnog alata - ravnala i šestara.

Konstrukcije pravilnih mnogouglova predmet su elementarne konstruktivne geometrije. Pravilni mnogouglovi imaju sve stranice i uglove jednake a mogu se konstruisati na više načina.



Slika 13.

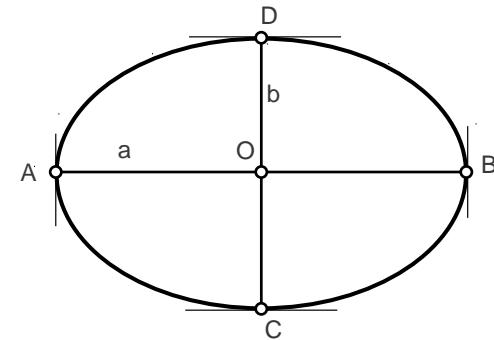
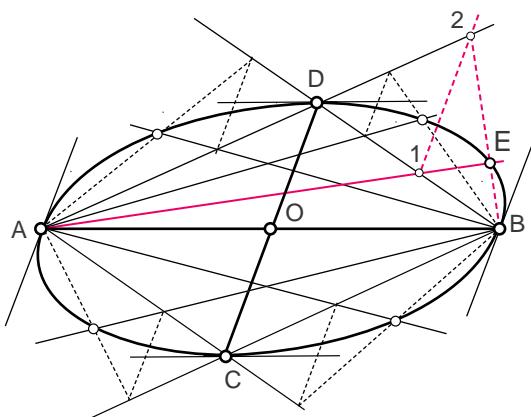
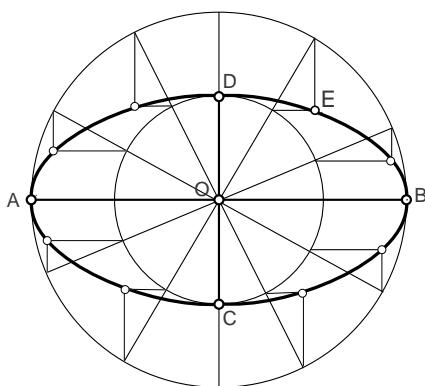
Konstrukcija pravilnog petougla na osnovu zadane stranice a .

Konstruktivni postupak zasniva se na konstrukciji trougla koji čine jedna dijagonala petougla i dvije stranice.

Konstrukcije elipse

Neke konstrukcije pravilnih figura višeg reda - elipse, hiperbole, parabole ili spirale, uključuju zakonitosti projektivne geometrije.

Elipsa je geometrijska kriva drugog reda kao geometrijsko mjesto tačaka u ravni sa konstantnim zbirom udaljenosti bilo koje tačke do dvije fiksne tačke na osi elipse. Konstruktivno je elipsa određena sa dviјe ose kao prečnicima elipse, koje mogu biti okomite ili pod nekim uglom (spregnuti prečnici) i krajnjim tačkama na prečnicima kao tjemenima elipse. U tjemenima elipsa ima tangente paralelne nasuprotnim prečnicima.



Slika 14.

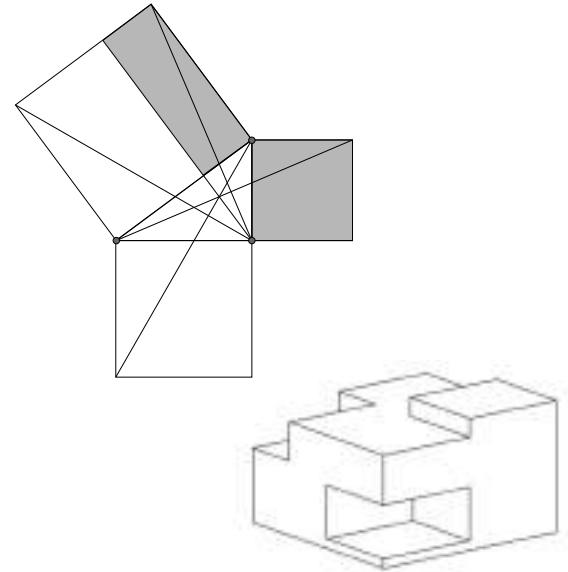
Konstrukcija elipse sa prečnicima AB i CD:

- Konstrukcija tačaka elipse (E) sa normalnim prečnicima, pomoću kružnica nad prečnicima.
- Konstrukcija tačaka elipse (E) sa spregnutim prečnicima, pomoću dijagonala.

Primjena geometrije u praktičnim ljudskim djelatnostima obuhvata slijedeće međusobno povezane aspekte:

1. **Metrički aspekti primijenjene geometrije** koji se bave problemima mjernih prostornih odnosa: veličina, omjera, proporcija, i njihovih relacija. Metrička geometrija povezuje numeričke i prostorne geometrijske relacije.
2. **Konstruktivni i strukturalni aspekti geometrije**, kao sintetičke konstruktivne geometrije, koja grafičkim putem prezentira i rješava probleme prostornih relacija različitih objekata i sistema.
3. **Reprezentacijski aspekti primijenjene geometrije**, kao modela u kome se grafičkim slikovnim putem posredno opisuju, modeliraju i vizualno prezentiraju prostorni objekti, odnosno njihov vizualni oblik kao izraz njihovog prostornog sagledavanja.

Svi navedeni aspekti su uzajamno povezani u različitim domenama primijenjene geometrije, nadopunjavajući se međusobno kao izraz različitih pristupa i različitih prostornih geometrijskih koncepcata u jedinstven geometrijski sistem prostornog poimanja i modeliranja.



Slika 15.

Primijenjena geometrija - metrički, konstruktivni i reprezentacijski aspekti:

- Povezanost metričkih i konstruktivnih aspekata geometrije - Pitagorino pravilo,
- Geometrijsko modeliranje i vizualna prezentacija trodimenzionalnih prostornih oblika.

Geometrijsko modeliranje i prostorna vizualizacija

Geometrija kao nauka o prostornim strukturama koje se mogu fizički realizirati u stvarnom, fizičkom prostoru, već je preko više od tri hiljade godina primjenjivana u tehnici i inženjerstvu.

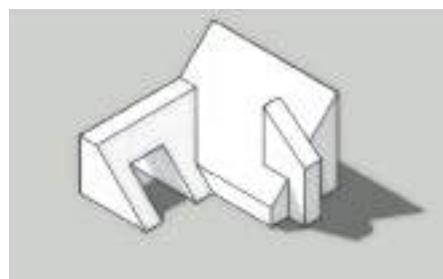
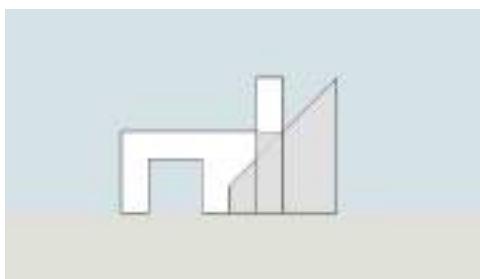
Grafički interpretiran model geometrije koji se primjenjuje u tehnici i inženjerstvu je sintetički model, koji predstavlja posredni nivo između visoko apstrahiranog matematičkog modela i konkretnog fizičkog materijalnog i egzistencijalnog prostora, omogućivši korelaciju i koordinaciju između ova dva nivoa.

Geometrijski modeliran i grafički interpretiran crtež je postao najprikladniji model za posredovanje ideja i koncepata iz viših nivoa apstrakcije u smjeru njihovih fizičkih i perceptivnih manifestacija.

Geometrijski prostorni model analogni je posrednik realizacije prostorne ideje u kome se planiraju i procjenjuju prostorni elementi i forme.

Vizualni model primijenjene geometrije prevodi misaone predodžbe u fizički realizirano stanje putem crteža, kao medija posredne faze materijalizacije prostornih strukturalnih sistema kojim se ostvaruje prostorno-vizualni korelat realnog fizičkog objekta.

Geometrijski modeli postaju generatori kreativnog mišljenja koje emergira iz odnosa različitih sistema reprezentacije. Kao sistem modeliranja geometrija shvaćena u novom svjetlu determinira konceptualni prostor koji obuhvata tri nivoa dimenzija, kao i dinamičke koncepte projektivnih transformacija i njihove relacije. Crtež kao slika formativnog procesa modeliranja je više od vizualne reprezentacije ili opisa nekog objekta ili sistema, postajući generativni i instrumentalni, kao i interpretativni dio modela.



Slika 16.

Grafički interpretiran model geometrije u tehničkoj vizualizaciji.

U dvodimenzionalnom mediju tehničke reprezentacije mogu se dobiti različiti dvodimenzionalni i trodimenzionalni oblici vizualizacije objekta.

Prostorna vizualna reprezentacija i modeliranje u tehničkim naukama i inženjerskoj praksi oslanja se na klasične metode i principe geometrijskog apstraktnog prostornog modeliranja i projekcijske metode nacrte geometrije, u savremenom dobu proširene računarskim modeliranjem kroz primjenu kompleksnijih aspekata geometrije i informacijskih nauka integriranih u računarske-digitalne modele, kao CAD, CAM i BIM tehnike.⁸

Danas je prostorna reprezentacija i modeliranje sve više vezana uz računarsku grafiku, koja je bazirana na analitičkim i kompjutacijskim metodama, te se primjenjena geometrija i geometrijsko modeliranje u tehničkoj praksi i komunikaciji može tretirati u mnogo širem kontekstu. Računarska tehnika i digitalni modeli omogućavaju formiranje virtualnog prostora koji postaje integriran sa realnim materijalnim prostorom. Geometrijska apstrakcija i geometrijsko modeliranje predstavlja informacijsku matricu realnog materijalnog prostora, čime je ostvariva njegova primjena u svim vidovima kreiranja prostornih objekata.

⁸ CAD je skraćenica engl. izraza Computer Aided Design - Projektovanje pomoću računara; CAM je skraćenica engl. Izraza Computer Aided Manufacturing - Proizvodnja pomoću računara; BIM je skr. engl. izraza Building Information Modeling - Informacijsko modeliranje zgrada/gradevina.



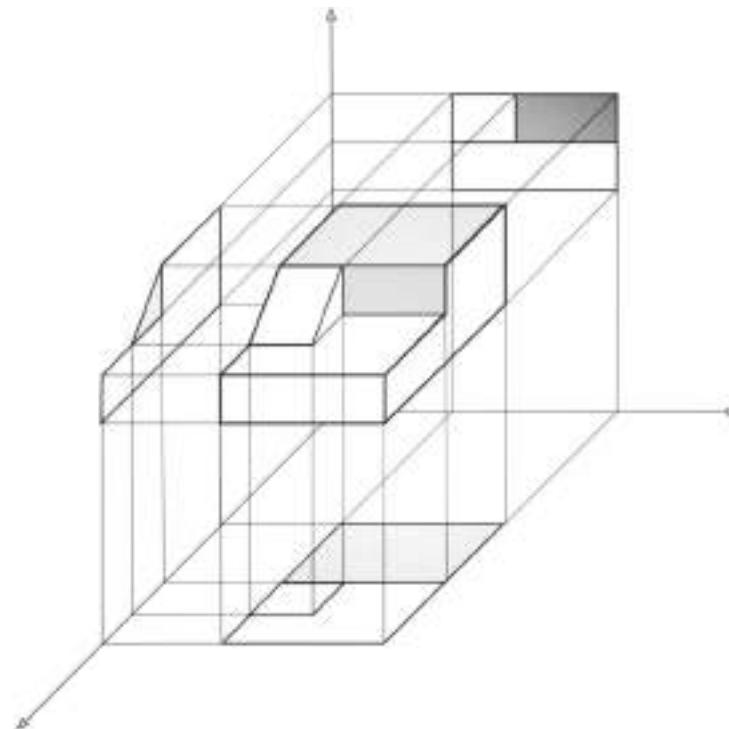
Slika 17.

Prostorno modeliranje i reprezentacija u tehnički računarske grafike.

Diplomski rad studentice Arh. fakulteta u Sarajevu, Sandra Seferagić.

2

OSNOVE NACRTNE GEOMETRIJE



2.1.

GEOMETRIJA I TEHNIČKI NACRT

Inženjerska praksa, koja je neodvojiva od materijalnog, fizičkog svijeta, koristi apstraktni geometrijski model prostora, oslanjajući se na njegovu vizualnu grafičku interpretaciju u dvodimenzionalnoj fizičkoj ravni.

Grafičko modeliranje prostornih struktura u jednom praktičnom tehničkom smislu, primjenjivo u procesu planiranja i kreiranja prostornih formi, zahtijeva kompleksan uvid u probleme prostornog modeliranja i predstavljanja u okvirima primijenjene projektivne geometrije.

Proces tehničkog projektovanja i planiranje prostornih objekata i sklopova, u jednom neverbalnom misaonom modelu, suštinski je vizualan, objedinjujući materijalne, funkcionalne i oblikovne aspekte u generalnu apstrahovanu prostornu formu objekta.

Grafička komunikacija i vizualizacija informacija

U tehničkoj praksi, inženjerstvu, arhitekturi i dizajnu, grafička komunikacija jedan je od osnovnih vidova organiziranja i prenošenja informacija o prostornim oblicima, sklopovima i konstruktivnim detaljima. Slikom u vidu složenog sklopa grafičkih elemenata se registriraju i pohranjuju informacije o različitim aspektima i fazama projekta i dizajniranog objekta.

Vizualizacija informacija o projektovanom objektu se putem različitih metoda prenosi na određen dvodimenzionalan medij koji može biti papir ili računarski ekran. Od ručno rađenih crteža, do digitalizirane slike i računarske grafike, od idejne skice do izvedbenog nacrta, grafička tehnička komunikacija se razvija različitim metodama, kojim se komprimiraju i kodiraju informacije koje se mogu dalje dekodirati i analizirati kroz primjenu u varijabilnim rješenjima.

Grafičkom komunikacijom se prenose koncepti i ideje ne samo od jedne osobe drugoj, bilo da se radi o komunikaciji profesionalaca u struci ili komunikacije sa širom javnosti, već se prenose koncepti i ideje sa viših idejnih nivoa apstrakcije na niže konkretnije nivoe, na putu ka materijalizaciji ideje. Proces razvoja projekta nekog objekta od ideje do konačne materijalizacije odvija se u više faza, te je potrebno naći jezik kojim se mogu obuhvatiti i povezati različite faze. Vizualni neverbalni jezik izražen grafički kroz sliku apstrahovanih prostornih odnosa postao je fundamentalno sredstvo izražavanja, premišljanja i kreiranja, kao i komunikacije u oblastima inženjerstva, arhitekture i dizajna.⁹

Informacije o nekom prostornom objektu koje je potrebno prenijeti grafički u vidu crteža i slike su: prostorni konturni oblik i kompozicija dijelova, proporcije i mjerni odnosi te struktturna konstruktivna organizacija dijelova u cjelini. Ove informacije su grafičkim jezikom kodirane i dekodirane, objedinjujući u jedinstven sistem geometrijsku apstrakciju i simbolički jezik slike.

9 E. S. Ferguson, The Mind's Eye: Nonverbal Thought in Technology, Science, Vol. 197. Issue 4306, 1977. pp. 827-836.



Slika 18.

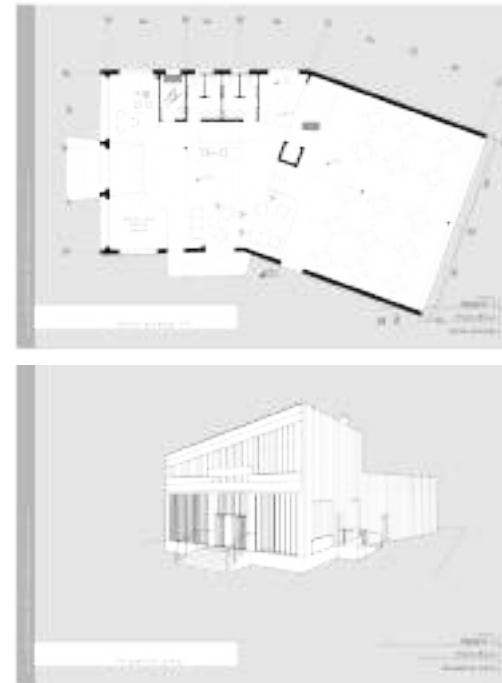
Grafička komunikacija u arhitektonskom projektovanju. - fasada i presjek objekta.

Diplomski rad studentice Arh. fakulteta u Sarajevu: Alma Alibegović.

Inženjerska ili tehnička grafika je oblast grafičke komunikacije u kojoj se teži postizanju jasnoće, preciznosti i nedvosmislenosti komunikacije i vizualizacije veoma kompleksnog sklopa informacija o nekom tehničkom projektovanom objektu.

Inženjerska ili tehnička grafika ima trostruku ulogu: vizualizacije i analitičke obrade u toku procesa projektovanja, komunikacije između različitih učesnika u procesu kreiranja i proizvodnje nekog produkta, kao i dokumentacije i pohranjivanja informacija o projektu u svim fazama.¹⁰

Prostorna forma objekta definirana je kroz strukturalnu šemu tehničkog crteža koja je utemeljena u geometrijskom modelu u kome je razvijen apstraktni vizualno kodirani jezik kojim se ostvaruje analogni informacijski prikaz nekog prostornog objekta.



Slika 19.

Inženjerska tehnička grafika - tlocrt i perspektivni trodimenzionalni prikaz arhitektonskog objekta.

Diplomski rad studenta Arh. fakulteta u Sarajevu: Nermin Kahrović.

10 W. Bertoline, Engineering Graphics. Fundamentals of Graphics Communication. McGraw–Hill Primis, 2006. p. 4.

Tehnički nacrt

Tehnički nacrt kao jezik inženjerstva, arhitekture i dizajna, daje potrebne vizualne i tekstualne informacije o obliku, veličini, materijalizaciji i produksijskim procesima izrade ili gradnje projektovanog odnosno dizajniranog objekta.

Grafički jezik tehničkog nacrta podliježe određenim standardima za svaku zemlju, ali je mnogo generalniji i univerzalniji od bilo kog govornog jezika, te uz univerzalne matematičke i naučne simboličke jezike prevaziči granice različitih govornih jezika i bez poteškoća je čitljiv i razumljiv u okviru tehničkih profesija.

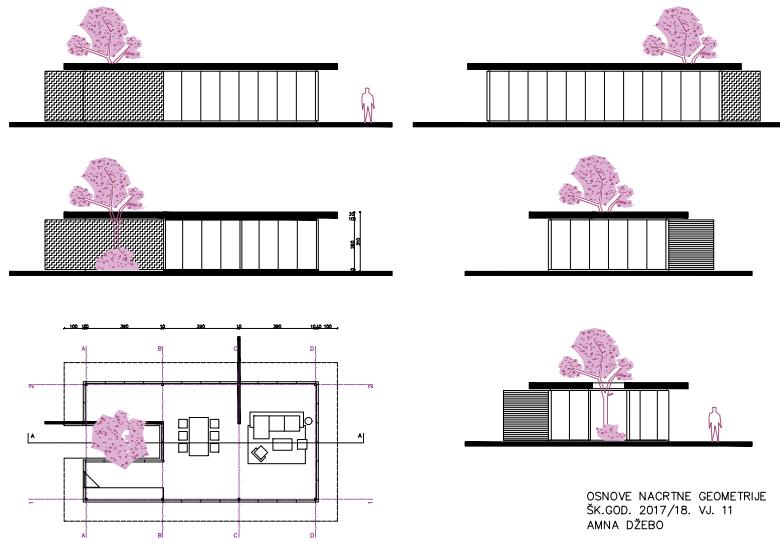
Crtež u tehničkom nacrtu je više od vizualne registracije, reprezentacije ili opisa nekog objekta ili sistema, postajući generativni i instrumentalni dio procesa projektovanja i modeliranja, povezujući metričke i vizualne uzorke, prostorne dimenzije i prostorne konstruktivne strukture, kroz višestruko nivelirane transformacije.

Tehnički nacrt, kao medij modeliranja prostornih struktura i odnosa, realiziran je u dvodimenzionalnoj ravni, ekvivalentnoj po svojim karakteristikama euklidskoj geometrijskoj ravni. Osnovno izražajno sredstvo unutar ovog grafički interpretiranog modela je linija, koja nadilazi svoju percepciju predstavu, dobivajući značenje analogne prostorne informacijske strukture koja se može prevesti u materijalni prostor.

Slika 20.

Tehnički nacrt arhitektonskog projekta.

Rad studenata Arh. fakulteta u Sarajevu.



Kao prostorno konstruktivna komponenta tehničke kreacije, tehnički crtež predstavlja medij u kome se prevode u percepcijski shvatljiv jezik funkcionalno-oblikovne strukture koje definiraju prostor.

Tehnički nacrt kroz geometrijsko modeliranje i grafičku dvodimenzionalnu predstavu determinira:

- međusobne pozicione odnose prostornih objekata odnosno dijelova neke složenije prostorne cjeline,
- metričke odnose dijelova i cjeline,
- prostornu imaginaciju i percepciju prostornih oblika,
- programski grafički jezik tehničke komunikacije.

Razvoj grafičkih alata i tehnika u tehničkoj grafici prati i razvoj naučnih teorija i metoda, pa je tehnička grafika vezana sa jedne strane uz razvoj geometrije a sa druge uz razvoj naučnih i tehnoloških metoda i sredstava produkcije i pohranjivanja grafičkih informacija.

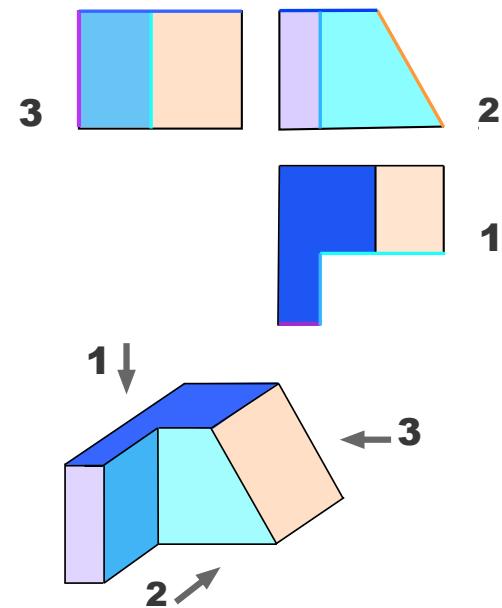
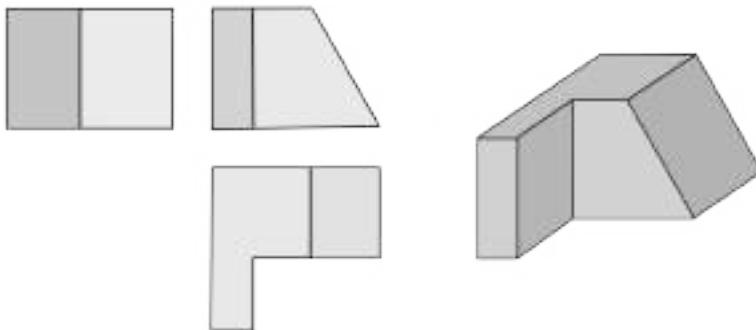
Nacrtna geometrija

Osnova metoda tehničke grafičke prostorne reprezentacije pod nazivom "Geometrie descriptive" (Fr. - Opisna geometrija), razvija se kao specifična podoblast geometrije krajem 18. i kroz 19. stoljeće, paralelno sa razvojem industrijskog doba. Gaspard Monge (1746 -1818.), francuski inženjer i matematičar, uvodi geometrijsku metodu grafičkog predstavljanja prostornih objekata, koja se razvija u novu naučno-tehničku disciplinu.

Pod nazivom Deskriptivna, Nacrtna ili Opisna geometrija, integrirana u oblast grafičke tehničke komunikacije i tehničke dokumentacije, ova praktična geometrija omogućava formiranje univerzalnog grafičkog tehničkog jezika. Nacrtna geometrija razvija se kao oblast grafički interpretirane geometrije koja sintetičkim metodama objedinjuje konstruktivne, metričke i vizualne reprezentacijske aspekte geometrijskog modeliranja prostornih elemenata, figura i objekata, na principima geometrijske projekcije.

Elementi predstavljenog fizičkog objekta i njegovog dvodimenzionalnog grafičkog modela nisu direktno identični, već se ostvaruje određena korelacija. Svakim modeliranjem i predstavljanjem stvarnosti, neminovno se gubi određena kompleksnost i složenost u odnosu na stvarnost.

Metode Nacrte geometrije cijelovitu formu nekog složenog prostornog objekta razlažu na tipične prikaze – karakteristične projekcije prostornog objekta na dvodimenzionalnu ravan crteža, komprimiranjem kompleksnih prostornih informacija u jednostavnije vizualne prostorne sklopove. Prostorna forma objekta je preslikana na različite strukturne nivoje, kao geometrijske projekcije, prezentirane u praktičnom tehničkom vidu kao dvodimenzionalne slike nekog cjelovitog prostornog sklopa.



Slika 21.

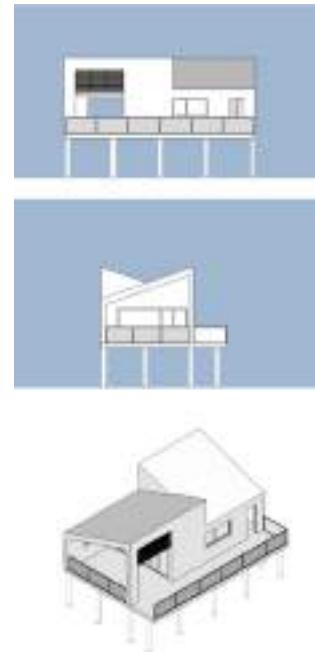
Karakteristični prikazi prostornog objekta metodama Nacrte geometrije.

Tri povezane projekcije na dvodimenzionalnu površinu slike daju tri različita “pogleda” na objekat.

Višestruka niveliranost geometrijskih projekcija preduslov je prostorne predstave na nekom nižem struktturnom nivou opisa. Potpunija predstava se dobiva povezanim većim brojem različitih projekcija kao transformacija trodimenzionalnih formi na dvodimenzionalnu ravan.

Primjenjeni geometrijski model, u kome su predstavljeni prostorni objekti, mora biti sintetičkog karaktera, jer uključuje ne samo geometrijske principe kao logičke apstraktne strukture, već i vizualne i spoznajne procese ljudskog uma. Cjelovitost prostorne predstave uključuje prostornu imaginaciju kojom su odvojene slike dovedene u vezu, tako da čine jedinstvenu cjelinu.

Primjena Nacrtnе geometrije u praktičnim tehničkim disciplinama je bazirana na njenoj sintetičkoj kvaliteti obuhvatanja i povezivanja u jedinstven sistem različitih nivoa kompresije prostornih informacija u vidu dvodimenzionalnih ili trodimenzionalnih grafičkih prikaza kao geometrijskih projekcija.



Slika 22.

Primjena nacrtnе geometrije kroz projektivne transformacije prostornog objekta.

Kroz više različitih nivoa opisa, nadoknađuje se gubljenje informacija u pojedinačnim prostornim prikazima.

Nacrtna geometrija nije samo logički sistem modeliranja i opisivanja prostornih objekata kao konfiguracija geometrijskih elemenata - tačaka, pravaca i ravnina, već i sistem kojim se prostorne forme spoznaju kao jedinstvene prostorne vizualne cjeline koje mogu biti modelirane kroz jezik geometrije.

Nacrtna geometrija često se dijeli na dva pristupa, prvi potencira vizualnu grafičku prostornu tehničku reprezentaciju najčešće pod nazivom inženjerske ili tehničke grafike, u drugom je nacrtna geometrija tretirana kao logički formalno utemeljen matematski sistem. Kao geometrija tehničkog modeliranja i vizualizacije prostora i prostornih objekata, Nacrtna geometrija treba ostati cjelovita, integralna oblast, objedinjujući formalne i vizualne aspekte, logičku strukturu i grafičku interpretaciju i vizualizaciju.

2.2.

GEOMETRIJSKE PROJEKCIJE

Preslikavanje trodimenzionalnog Euklidskog prostora na neku datu ravan naziva se projekcijom. Geometrijska projekcija na određenu projekcijsku ravan je dvodimenzionalna, a originalna prostorna konfiguracija koja se preslikava može biti složenije trodimenzionalno prostorno tijelo. Grana geometrije koja se bavi projiciranjem naziva se projektivna geometrija. Preslikavanje trodimenzionalnih tijela na dvodimenzionalnu površinu nije jednoznačno određeno zbog gubljenja jedne dimenzije u projekciji.

Posebna podoblast projektivne geometrije pod originalnim nazivom Deskriptivna geometrija ili Nacrtna geometrija, bavi se složenim problemima preslikavanja trodimenzionalnih prostornih konfiguracija na dvodimenzionalni sistem površina.

Sistemi geometrijskih projekcija

Geometrijska projekcija se zasniva na postupku preslikavanja osnovnih geometrijskih elemenata : tačaka, pravaca i ravnih, pomoću određenog geometrijskog sistema pravaca kao projekcijskih zraka, na neku datu površinu odnosno projekcijsku ravan.

Projekcijski sistem sačinjavaju :

- **projekcijska površina**, koja je u svom elementarnom obliku data kao ravan,
- **snop projekcijskih linearnih zraka**, koje povezuju tačke dva prostorna sistema, od kojih jedan pripada projekcijskoj ravni kao projekcija ili slika prvog prostornog sistema.

Geometrijsko projiciranje povezuje i uspostavlja korelaciju i koordinaciju osnovnih geometrijskih elemenata za dva geometrijski definirana prostorna sistema koja čine originalna prostorna konfiguracija i njena geometrijska projekcija.

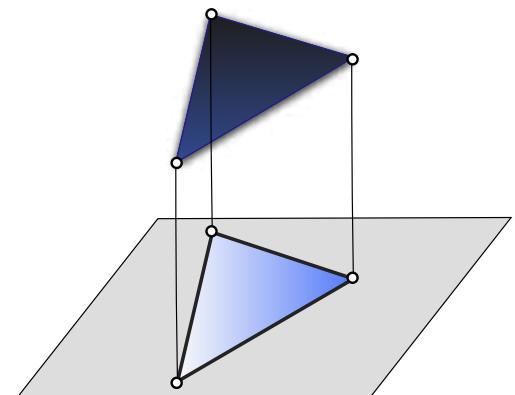
Geometrijska projekcija kao preslikavanje neke prostorne figure ili tijela na određenu projekcijsku površinu sastoji se od:

- **Prostorne konfiguracije** koja se preslikava - figure ili tijela definirane kao geometrijski sistem tačaka, linija i ravnih.
- **Sistema projiciranja** određenog projekcijskom ravninom i projekcijskim linijama koje povezuju originalnu konfiguraciju i njenu projekciju - sliku, koja pripada projekcijskoj ravni.
- **Geometrijske projekcije** koja pripada ravnini projekcije i dobiva se prodorima projekcijskih linija kroz ovu ravan.

Prodori projekcijskih zraka daju tačke geometrijske projektivne slike originalne prostorne konfiguracije koja je projicirana odnosno preslikana na projekcijsku površinu.

Dvije osnovne karakteristične vrste projekcija, ovisno o uzajamnom položaju sistema projekcijskih linija/projekcijskih zraka su :

- **paralelna projekcija,**
- **centralna projekcija.**



Slika 23.

Projekcija geometrijske figure na ravan pomoću sistema projekcijskih zraka.

Projekcijske zrake - linije povučene kroz tačke date figure, prodorima kroz projekcijsku ravan daju tačke preslikane figure kao njene projekcije.

Kod paralelne projekcije svi projekcijski zraci su međusobno paralelni, a kod centralne projekcije projekcijski zraci polaze kroz jednu tačku.

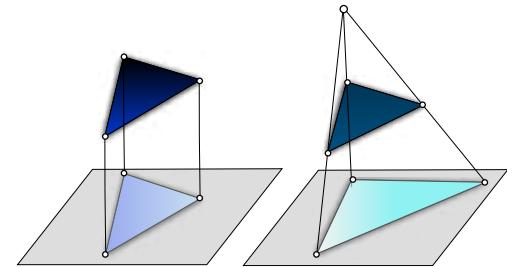
Paralelni projekcija podrazumijeva da projekcijski zraci mogu biti pod pravim uglom (okomiti - ortogonalni) ili pod nekim proizvoljnim uglom u odnosu na projekcijsku ravan.

U odnosu na položaj projekcijskih zraka i položaj objekta koji projiciramo prema projekcijskoj ravni razlikujemo dvije vrste paralelne projekcije :

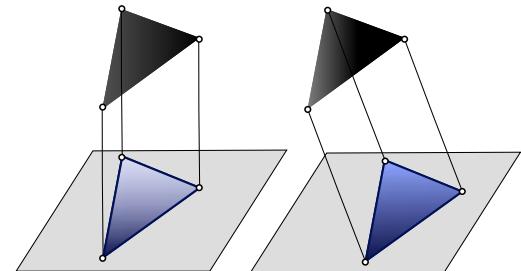
- **ortogonalna projekcija**
- **kosa projekcija.**

Karakteristike određenih tipičnih vrsta projekcija izvedene su iz složenog sistema projekcijskih ravnina i metoda projekcije.

Ortogonalna "slika" nekog objekta je njegova visoko apstrahovana šema koja dobiva jasniju determinaciju samo u sklopu sistema više povezanih ortogonalnih slika.



Slika 24.
Paralelni i centralni projekciji.

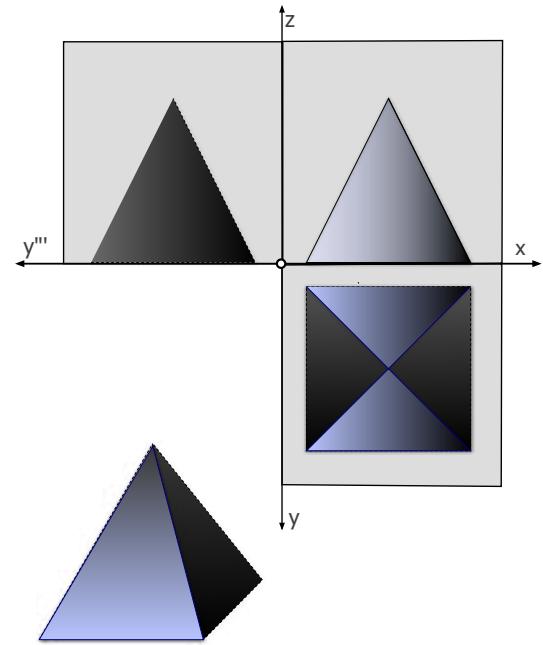


Slika 25.
Vrste paralelnih projekcija:
ortogonalna i kosa projekcija.

Položaj projiciranog objekta u odnosu na ravan projekcije daje određene karakteristične vrste projekcija. Kada je ravan projekcije paralelna ili pod pravim uglom (normalna/okomita) u odnosu na glavne ravni ili ivice objekta, a projekcijski zraci su normalni na projekcijsku ravan, dobiva se ortogonalna projekcija.

Tipični položaji ravni projekcije prema objektu u ortogonalnoj projekciji dobivaju nazive specifičnih ortogonalnih projekcija, označenih numerički (prva, druga, treća projekcija) ili opisno (tlocrt, nacrt, bokocrt).

Kosa projekcija je u korelaciji sa ortogonalnom, jer su određene ravni ili ivice objekta paralelne projekcijskoj ravni, ali su projekcijski zraci pod nekim proizvoljnim uglom u odnosu na projekcijsku ravan (kosi projekcijski zraci). Time se dobiva projekcija kod koje se prostorni objekt reprezentira na složeniji način nego u ortogonalnim projekcijama, dajući trodimenzionalnu vizualnu predstavu. U kosoj projekciji vidljive su tri različite strane objekta (npr. horizontalna gornja ili donja ravan objekta i dvije različito orijentisane vertikalne ravni).



Slika 26.

Tri ortogonalne projekcije i kosa projekcija geometrijskog tijela.

Različite projekcije četverostrane piramide

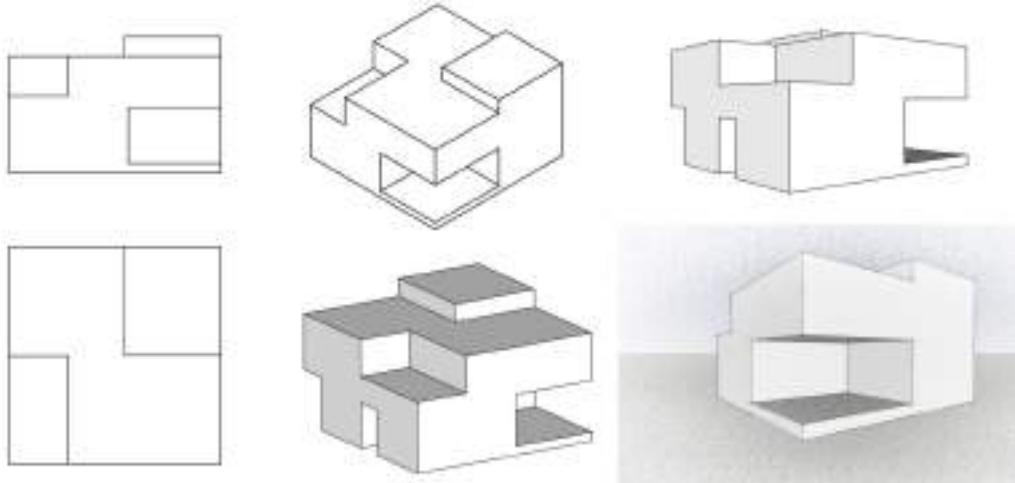
Aksonometrijska paralelna projekcija kod koje su projekcijski zraci normalni na projekcijsku ravan ali je objekt postavljen proizvoljno, zaklapajući različite uglove sa projekcijskom ravni svojim površinama i ivicama, daje i različite tipove aksonometrijskih projekcija u ovisnosti o uglu projekcijskih zraka u odnosu na projekcijsku ravan.

Aksonometrijska projekcija jednom slikom prezentira prostorni objekt kao "trodimenzionalnu" sliku, ali su mnogi prostorni elementi na slici nevidljivi.

Centralna projekcija daje sliku vizualno najsličniju prirodnom gledanju, prostorni odnosi i veličine mogu biti nečitljivi radi projektivnih deformacija slike, te ova projekcija nije pogodna za precizno očitavanje stvarnih prostornih veličina.

Projekcije predstavljaju sliku objekta, koja može biti vizualno slična prostornoj projekciji oka, što je slučaj kod centralne projekcije ili u određenoj mjeri kod aksonometrijskih i kosih projekcija, ali projekcija može biti i specifičan sistem ortogonalnih slika koji imaju određene informacijske kvalitete iako nisu slični prirodnoj percepцији.

Nepotpunost geometrijskog grafičkog modeliranja u smislu zahtjeva za obuhvatanjem svih aspekata neke kompleksne prostorne strukture, kompenzirana je u fazi grafičke prezentacije prikazima prostornih sklopova kroz više nivoa i kroz različite tipove geometrijskih projekcija.



Slika 27.

Različiti tipovi geometrijskih projekcija:

- Ortogonalne projekcije (lijevo),
- Aksonometrijske projekcije,
- Centralne-perspektivne projekcije (desno).

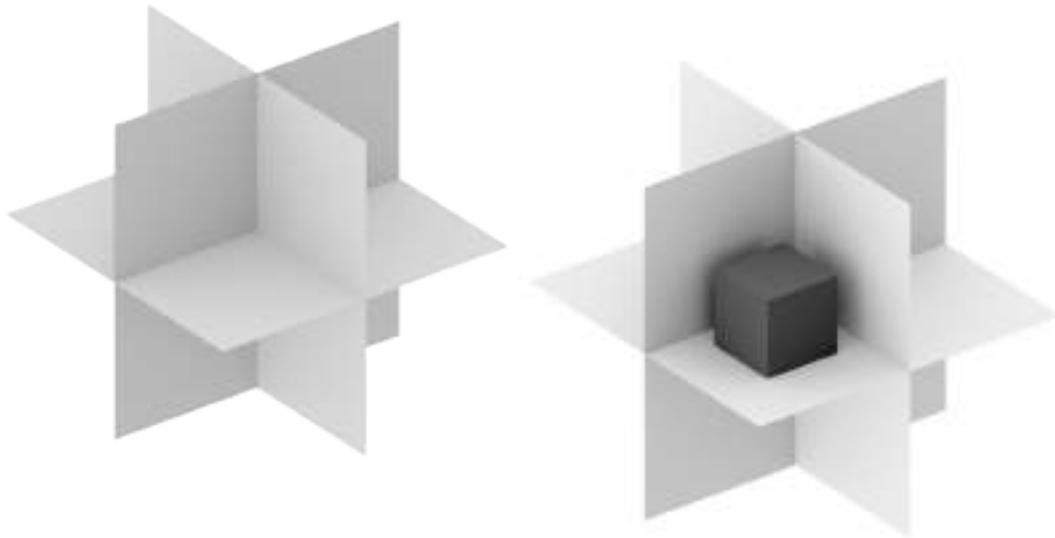
Ortogonalne projekcije i koordinatni sistem

Gaspard Monge (1746 -1818.), Francuski inženjer i matematičar, uvodi metodu grafičkog predstavljanja prostornih objekata u dvije povezane ortogonalne projekcije, koja se razvija u novu naučno-tehničku disciplinu pod nazivom Deskriptivna, Nacrtna ili Opisna geometrija. Dekartovim koordinatnim sistemom definirane su osnovne prostorne ravni, simetrično i pod pravim uglom - normalno raspoređene, kojima su određeni položaj i različiti metrički odnosi prostornih objekata.

Dvije osnovne prostorne projekcijske ravni postavljene pod pravim uglom (horizontalna i vertikalna), definiraju svojim presjekom osnovne koordinatne projekcijske ose x i y . Uvođenjem treće ravni, normalno na ove dvije ravni, uspostavljen je prostorni koordinatni sistem određen sa tri projekcijske ravni i njihovim presječnim koordinatnim osama x , y i z . Smjer ovih osa - pozitivan ili negativan, određen je desno i lijevo u odnosu na koordinatni početak kao tačku njihovog presjeka.

Tri okomito povezane ravni predstavljaju osnovni referentni projekcijski sistem u kome se metodama geometrijskog projiciranja preslikavaju geometrijske prostorne forme i geometrijski elementi (tačke, pravci, ravni i geometrijske figure).

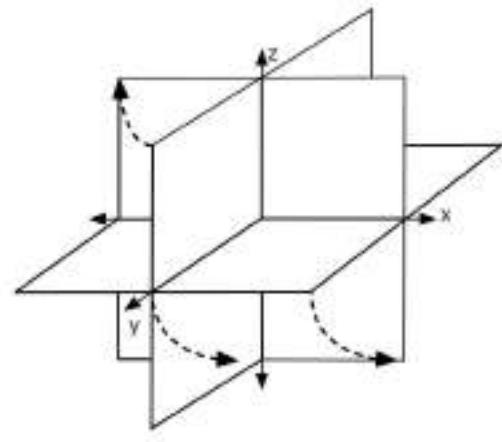
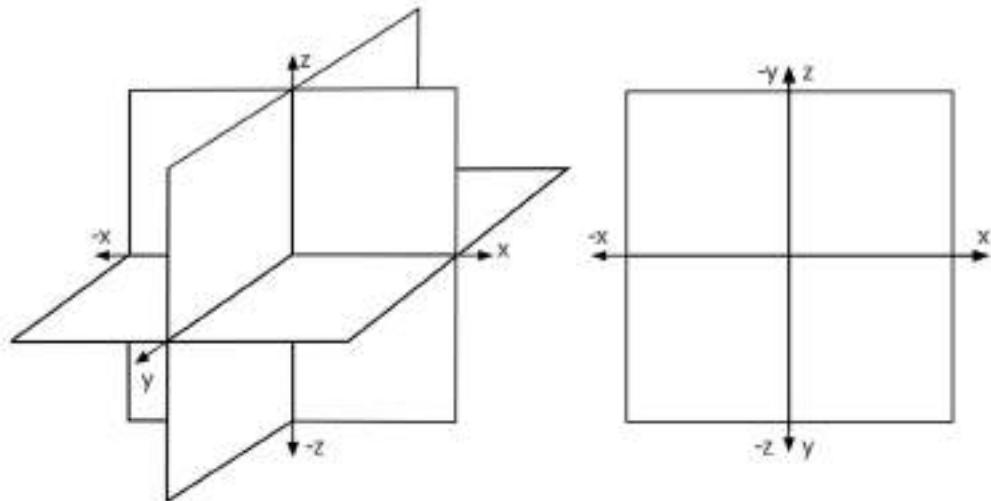
Sistem presjeka tri projekcijske ravni formira osam prostornih područja - oktanata od kojih je svaki ograničen sa sve tri projekcijske ravni.



Slika 28.

Sistem okomito postavljenih projekcijskih ravni: horizontalna, vertikalna i profilna projekcijska ravan.

Ortogonalne projekcije na jednoj jedinstvenoj dvodimenzionalnoj ravni (crteža, slike), dobiju se prostornim preklapanjem projekcijskih ravnih, tako da se rotiranjem i preklapanjem tri prostorne ravni, koje međusobno zaklapaju prave uglove, svode na jednu osnovnu (horizontalnu ili vertikalnu) ravan.



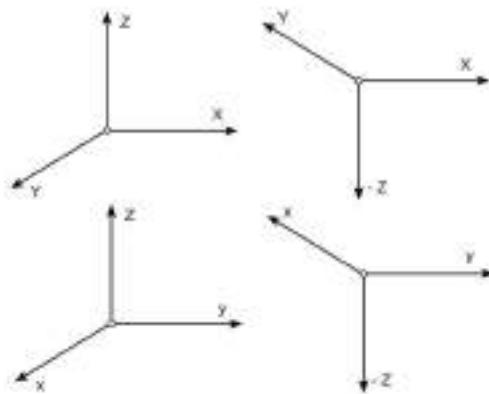
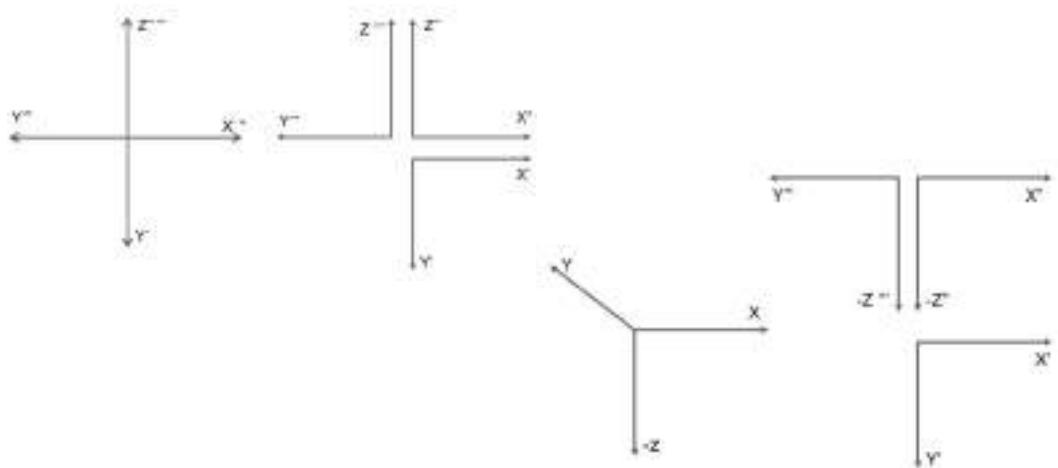
Slika 29.

Preklapanje tri projekcijske ravnih u jednu (vertikalnu ili horizontalnu) ravan.

Preklapanjem horizontalne i profilne ravnih u vertikalnu ravan dobiva se jedinstvena projekcijska slika u tri ortogonalne projekcije, odredena sa tri koordinatne ose x , y i z , koje se nalaze na presjeku tri projekcijske ravnih.

Položaj koordinatnih osa i njihov smjer (pozitivan ili negativan u odnosu na koordinatni početak) može biti stvar konvencije i određenih standarda.

Ovisno o usvojenom sistemu smjera koordinatnih osa i izboru oktanta u kome je postavljen objekt prikazan u ortogonalnim projekcijama, koordinatni sistemi se razlikuju po smjeru koordinatnih osa i njihovoj orientaciji. Poredak ortogonalnih projekcija takođe se može razlikovati obzirom na njihov raspored.



Slika 30.

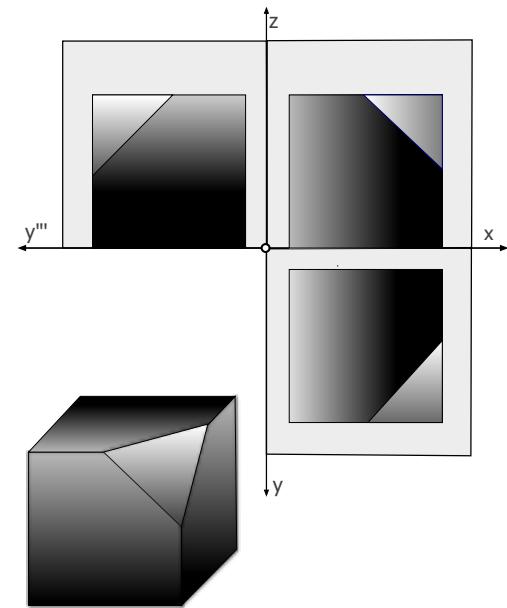
Različiti položaji prikaza i položaja koordinatnih osa.

Koordinatne ose mogu biti različito orijentisane što je stvar dogovora i konvencija, te izbora položaja oktanta u kome je prikazan objekt u projekcijama.

U sistemu koordinatnih projekcijskih ravni geometrijski elementi nekog prostornog objekta mogu se predstaviti svojim projekcijama na pojedinačne ravni, (horizontalnu, vertikalnu i bočnu-profilnu), iz kojih se mogu očitati vizualne informacije o prostornim relacijama objekta prikazanog u projekcijama.

U tehničkoj praksi koristi se uglavnom projekcija u jednom ili dva susjedna oktanta, sa dvije ili tri ortogonalne projekcije na horizontalnu, vertikalnu i profilnu ravan, te po potrebi i na dodatne projekcijske ravni.

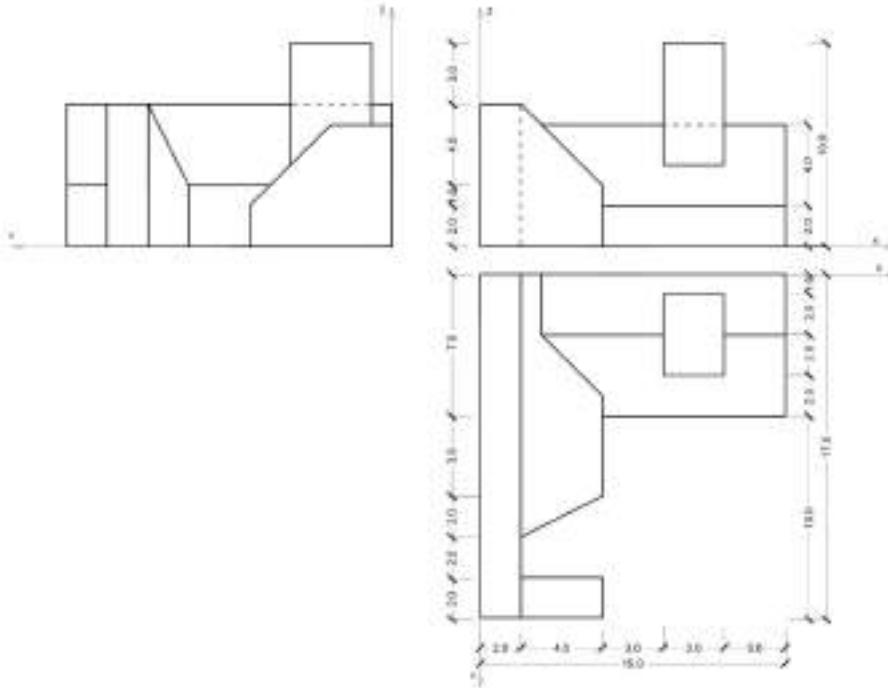
Iako je "čitanje" ortogonalnih projekcija donekle otežano zbog smanjenog broja informacija i kompresije podataka (npr. kompresija pravca u tačku i poklapanje tačaka u projekciji), upravo ovakve slike omogućavaju brzo i precizno unošenje i očitavanje osnovnih bitnih informacija o prostornim odnosima i mjerama.



Slika 31.

Tri ortogonalne projekcije geometrijskog tijela (datog u kosoj projekciji).

Jedna ortogonalna projekcija je ambivalentna i više značno čitljiva slika prostornih oblika, a često ni dvije povezane Mongeove ortogonalne projekcije nisu dovoljne za jasno iščitavanje prostornih svojstava. Više povezanih projekcija potrebno je za predstavljanje složenijih prostornih konfiguracija.

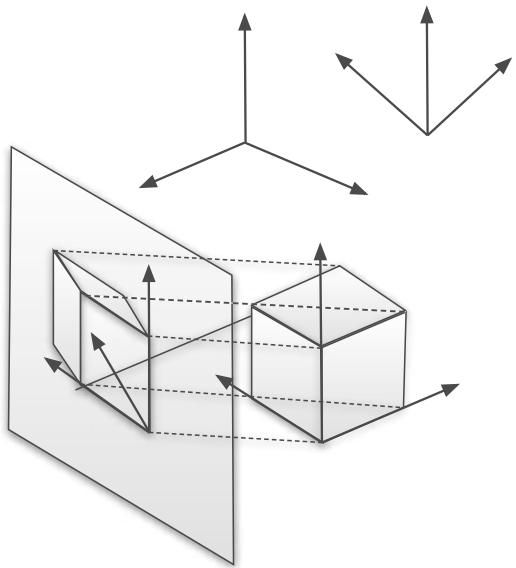


Slika 32.

Tri ortogonalne projekcije složenije prostorne konfiguracije.

U ortogonalnim projekcijama omogućeno je olakšano dimenzioniranje veličina svih dijelova objekta.

Aksonometrijske projekcije



Slika 33.

Metod aksonometrijske projekcije pomoću sistema tri okomite koordinatne ose.

Metoda aksonometrijske projekcije zasniva se na povezivanju objekta koji prikazujemo uz neki zadani koordinatni sistem, te paralelnoj projekciji objekta, zajedno sa koordinatnim sistemom, na neku zadanu ravan.

Temeljna pravila aksonometrije formulirana su Polkeovom teoremom: bilo koja tri linijska segmenta povučena iz jedne tačke u ravni, mogu se smatrati paralelnom projekcijom tri jednakih i uzajamno okomitih linijskih segmenta koji prolaze jednom tačkom u prostoru.

Koordinatne ose mogu biti postavljene u različite položaje u odnosu na sam objekt, ili na ravan projekcije: paralelno, normalno ili pod nekim proizvoljnim uglom.

Prema Polkeovoj teoremi, može se proizvoljno odabratи sistem od tri ose sa proizvoljnim uglovima koje zaklapaju i skraćenjima veličina na njima, kao aksonometrijska projekcija nekog koordinatnog sistema.

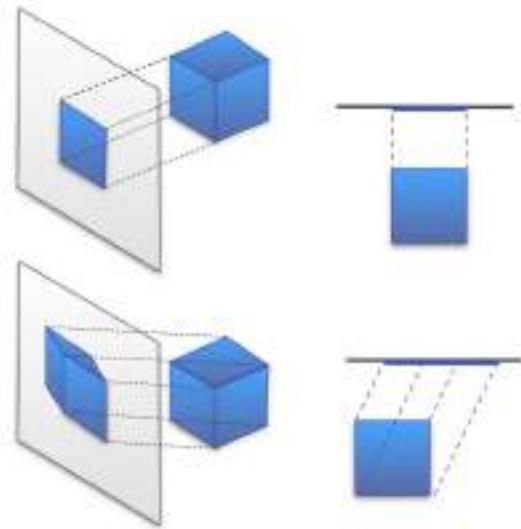
Ovisno o položaju osa koordinatnog sistema u odnosu na projekcijsku ravan, projekcije osa u aksonometriji mogu biti skraćene, a pravi uglovi koje međusobno zaklapaju su deformisani u različitim stepenima.

Tipovi paralelnih aksonometrijskih projekcija razlikuju se u odnosu na vrijednosti ugla između zraka projiciranja i projekcijske ravni i položaju objekta prema projekcijskoj ravni.

Aksonometrijska projekcija nekog objekta može se izvesti iz njegovih ortogonalnih projekcija, koje takođe mogu biti projicirane u aksonometriji, s tim da su podvrgnute određenim projektivnim deformacijama i skraćenjima.

Kosa projekcija je poseban tip aksonometrijskih projekcija kod koje su projekcijski zraci pod nekim proizvoljnim uglom u odnosu na projekcijsku ravan.

Kod ostalih tipova aksonometrijskih projekcija projekcijski zraci su okomiti na projekcijsku ravan, a tipovi projekcija razlikuju se prema položaju koordinatnog sistema prema projekcijskoj ravni.



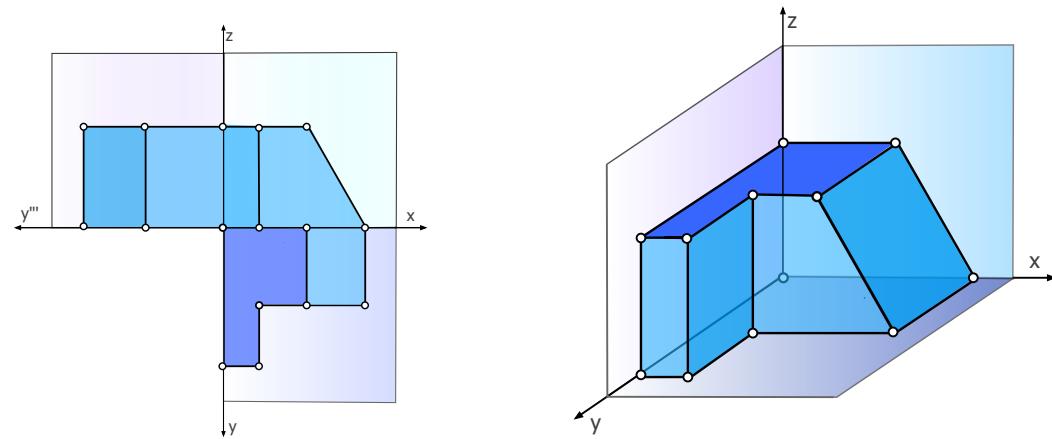
Slika 34.

Položaj objekta i projekcijskih zraka u ortogonalnoj i kosoj projekciji.

Kosa projekcija

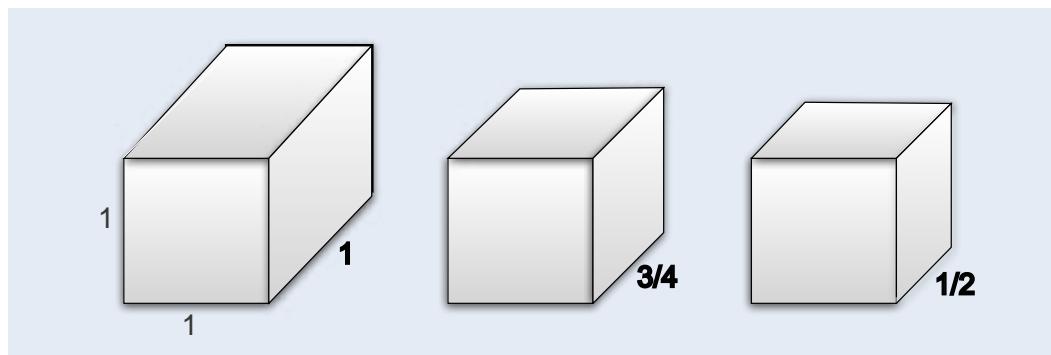
U kosoj projekciji glavna projekcijska ravan na kojoj dobivamo sliku objekta koja daje prostorni trodimenzionalni utisak, postavljena je paralelno bar jednoj od glavnih ravni na objektu. Projekcijski zraci sijeku projekcijsku ravan pod određenim uglom. Dvije koordinatne ose u kosoj projekciji zaklapaju ugao od 90^0 . Treća osa zaklapa određene uglove sa druge dvije ose, ovisno o uglu pod kojim su projekcijski zraci.

Slika 35.
Ortogonalna i kosa projekcija.
U kosoj projekciji ose x i z zaklapaju pravi ugao.



U kosoj projekciji zadržavaju se uglovi i odnosi veličina kod ravni objekta paralelnih glavnoj projekcijskoj ravni. Ostale ravni su na slici deformisane, deformišu se uglovi kao i veličine. Ovisno o uglu pod kojim su dati projekcijski zraci, jedna osa može biti pod određenim skraćenjem veličina.

U izuzetnom slučaju, kada projekcijski zraci zaklapaju ugao pod 45^0 sa projekcijskom ravninom, nijedna koordinatna osa nije u skraćenju. Iako je ovakav položaj najjednostavniji za crtanje, vizualni dojam trodimenzionalne slike objekta djeluje neprirodno, jer naše oko vidi prostor u skraćenjima po dubini. Prirodniji trodimenzionalni dojam dobiva se u kosoj projekciji kod koje je jedna osa data u skraćenju.



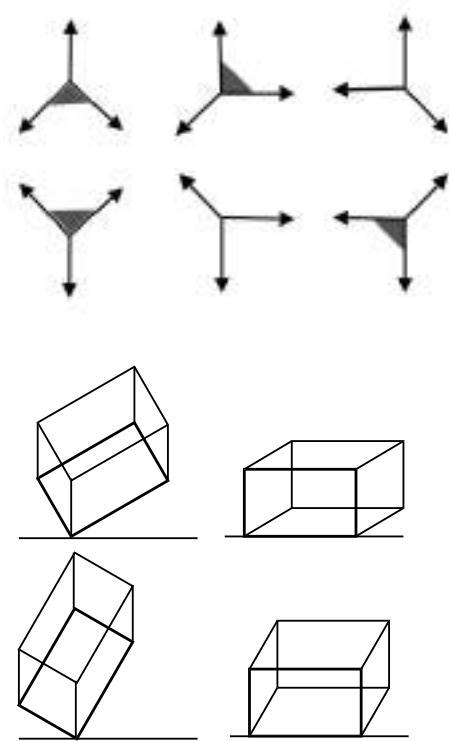
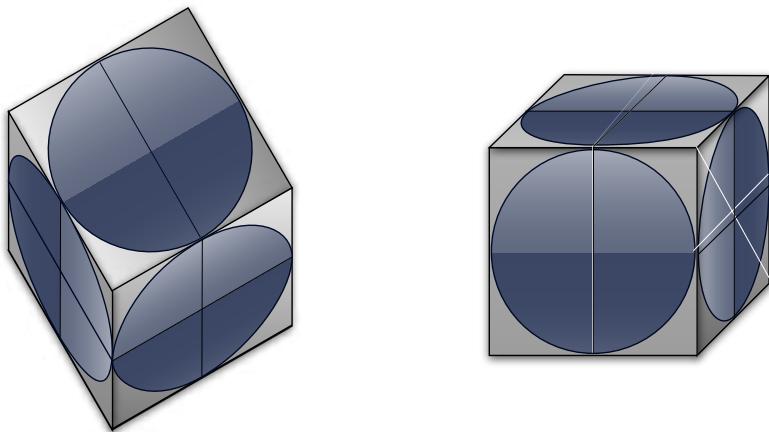
Slika 36.

Kosa projekcija kocke sa tri karakteristična tipa skraćenja po jednoj osi, 1:1, 3:4 i 1:2.

Najprirodniji izgled vizualnog odnosa veličina daje skraćenje 3:4.

Koordinatne ose mogu biti postavljene različito u odnosu na sam objekt. Horizontalna osnova objekta može biti data paralelno projekcijskoj ravni i u projekciji se zadržavaju pravi uglovi osnove i svih njoj paralelnih ravnih na slici. Drugi tip je koso projiciranje kod koga je frontalna, vertikalna ravan objekta paralelni projekcijskoj ravni zadržavajući prave uglove frontalnih ravnih na slici.

Uglovi koje treća osa zaklapa sa dvije ortogonalne ose, kao i orientacija koordinatnih osa mogu se razlikovati, dajući karakteristične poglede na prikazani objekt.



Slika 37.

Različiti tipovi kose projekcije, ovisno o položaju i orientaciji koordinatnih osa i objekta, te ugлу projekcijskih zraka.

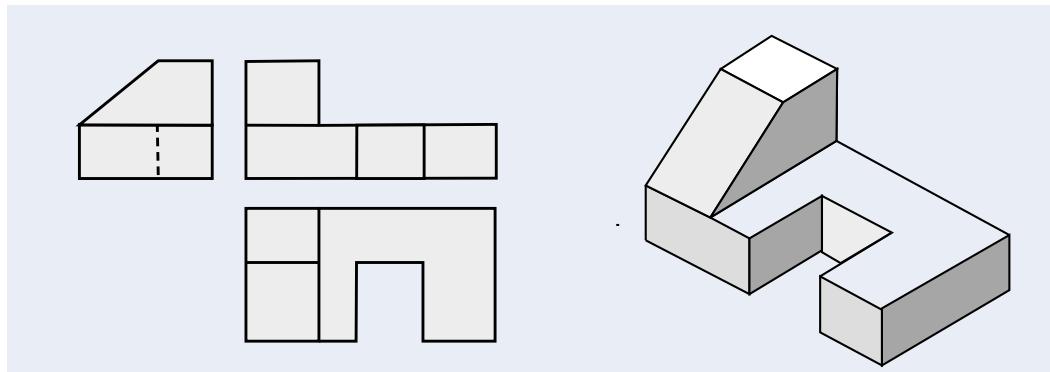
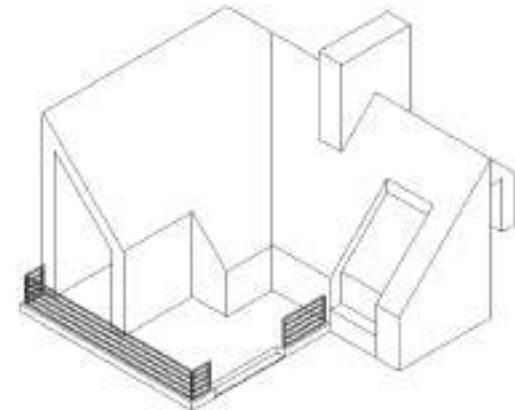
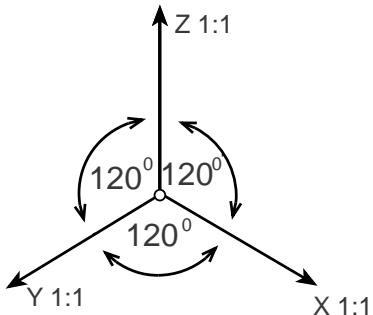
Izometrija, dimetrija i trimetrija

Kada su projekcijski zraci normalni na projekcijsku ravan koja je postavljena proizvoljno u odnosu na objekt tako da ni jedna ravan objekta nije paralelna projekcijskoj ravni, u odnosu na položaj i uglove koje projekcijska ravan zaklapa sa glavnim ravnima i ivicama objekta i zadanim glavnim koordinatnim sistemom objekta, dobivamo različite tipove aksonometrijskih projekcija. U odnosu na međusobne uglove i skraćenja po koordinatnim osama razlikujemo tri glavna tipa aksonometrijskih projekcija : izometriju, dimetriju i trimetriju.

Slika 38.
Karakteristični tipovi aksonometrijskih projekcija:
izometrija, dimetrija i trimetrija.



U izometriji projekcijska ravan sijeće glavne koordinatne ose objekta pod uglom od 45° . Uglovi između koordinatnih osa u projekciji su jednaki i iznose 120° . Faktori skraćenja za svaku osu su jednaki i uzimaju se najčešće u odnosu 1:1.



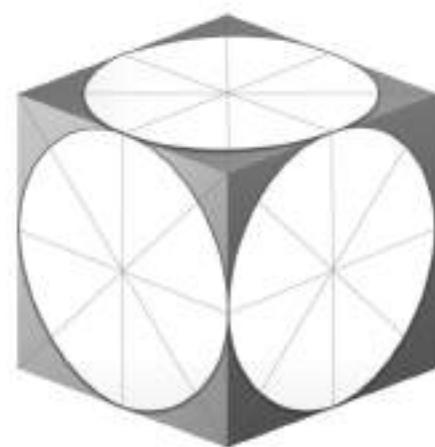
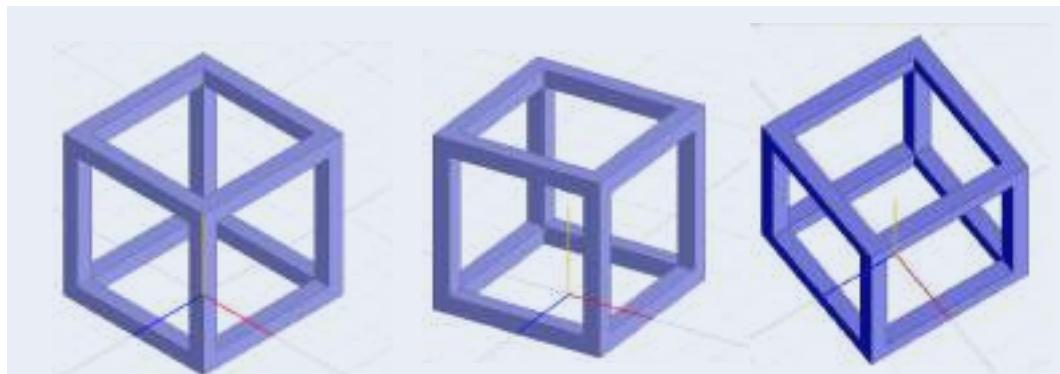
Slika 39.

Izometrijska projekcija - izometrija.

U izometriji sve koordinatne ose zaklapaju međusobno jednake uglove (120°) i imaju jednaka skraćenja.

U dimetriji uglovi između dvije koordinatne ose u projekcijama su jednaki a treći ugao može biti različit. Faktori skraćenja za dvije ose su jednaki a na trećoj osi u različitim skraćenjima.

Kod trimetrije sva tri ugla između koordinatnih osa su različita a proporcija skraćenja takođe se razlikuje na sve tri ose.



Slika 40.

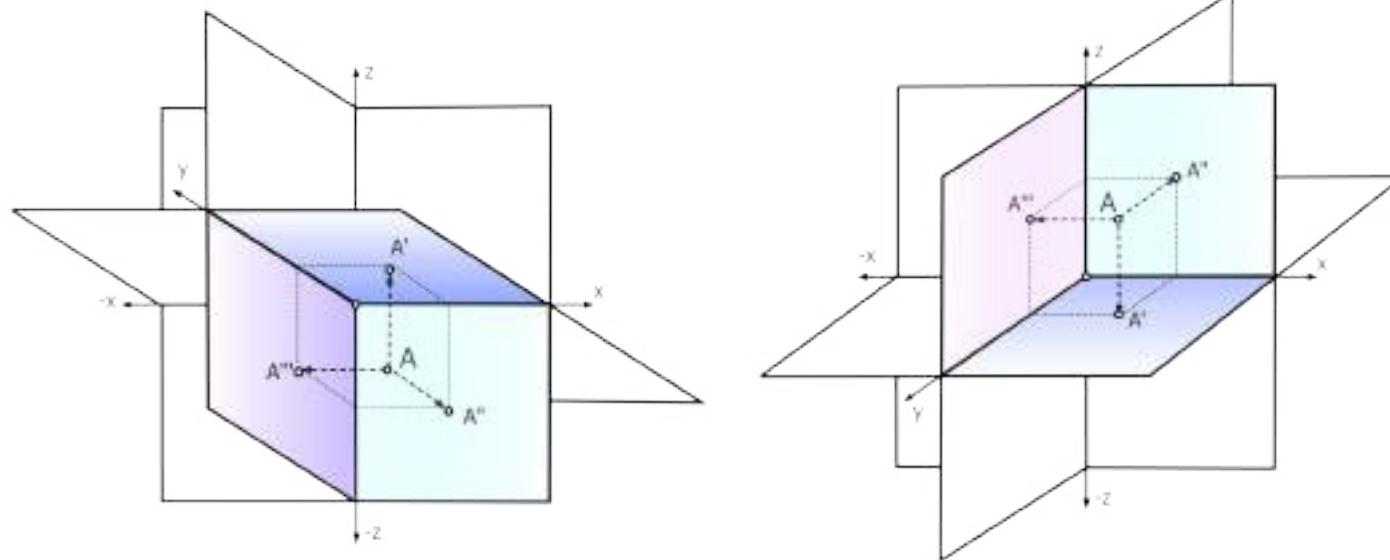
Axonometrijske projekcije:

- primjer kocke sa upisanim kružnicama u aksonometriji (gore),
- izometrija, dimetrija i trimetrija.

Projekcije tačke

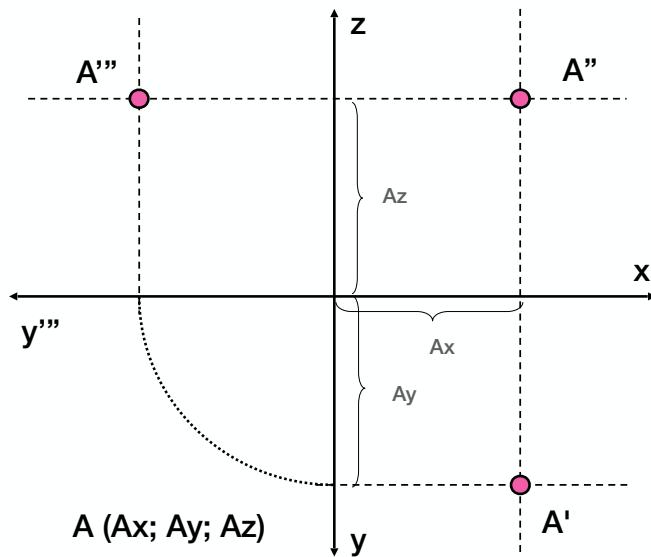
Slika 41.
Projekcije tačke u koordinatnom sistemu
tri projekcijske ravni.

Tačka je određena sa najmanje dvije ortogonalne projekcije, na dvije normalne projekcijske ravni. U koordinatnom sistemu određenom sa tri normalne projekcijske ravni, tačka može imati tri ortogonalne projekcije, koje su uzajamno povezane.



Koordinate tačke

Projekcija tačke određena je njenim koordinatama, koje predstavljaju okomitu udaljenost tačke od projekcijskih ravnih, odnosno njenih ortogonalnih projekcija od koordinatnih osa.



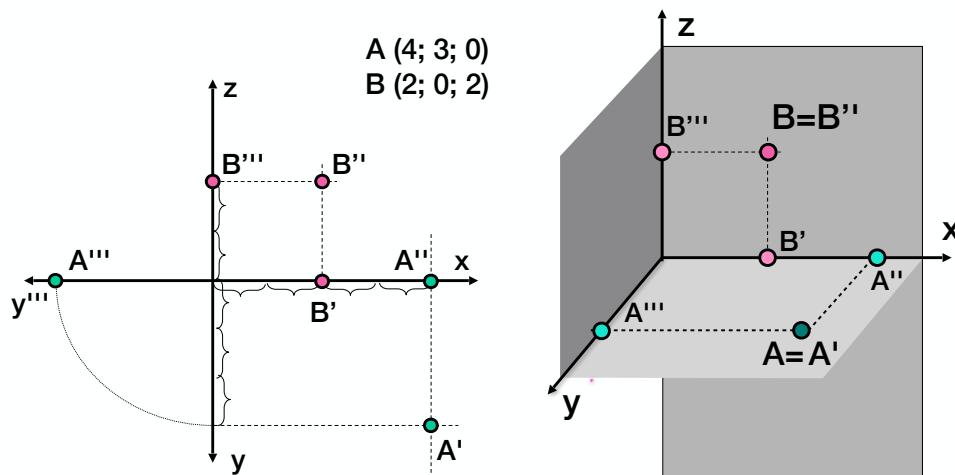
Slika 42.

Tri ortogonalne projekcije tačke A određene su sa tri koordinate A_x , A_y i A_z .

- $A' : (A_x, A_y)$
- $A'' : (A_x, A_z)$
- $A''' : (A_y'', A_z)$

Tačke u posebnom položaju

Tačka može ležati u nekoj od projekcijskih ravnih ili na jednoj koordinatnoj projekcijskoj osi. Tačka koja leži u projekcijskoj ravni, u odgovarajućoj projekciji je na koordinatnoj osi, odnosno bar jedna od odgovarajućih koordinata tačke je 0 (npr. tačka koja leži u horizontalnoj projekcijskoj ravni ima ordinatu z jednaku 0. Druga projekcija tačke leži na osi x.)



Slika 43.

Ortogonalne projekcije tačaka koje leže u projekcijskim ravnima.

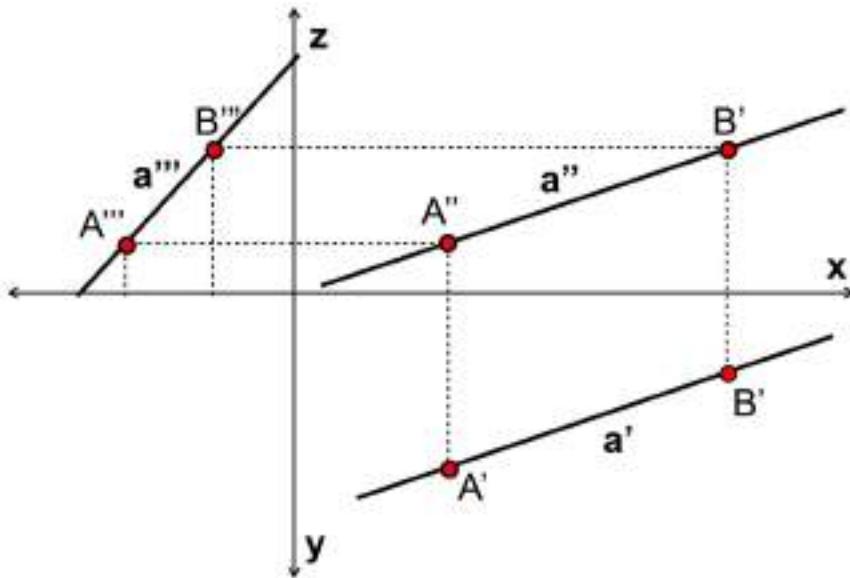
Tačka A leži u horizontalnoj projekcijskoj ravni i ima ordinatu Az jednaku 0. Druga projekcija tačke leži na osi x.

Tačka B leži u vertikalnoj projekcijskoj ravni i ima ordinatu By jednaku 0. Prva projekcija tačke leži na osi x.

Projekcijske ravnini u ortogonalnim projekcijama projiciraju se tako da npr. u prvoj projekciji vidimo samo horizontalnu projekcijsku ravan, dok se vertikalna i profilna projekcijska ravan u prvoj projekciji linearno poklapaju sa osama x i y. U drugoj projekciji horizontalna ravan poklapa se sa osom x, a profilna sa osom z.

Projekcije prave

Projekcija neke prave određena je projekcijama dvije tačke koje pripadaju toj pravoj. Tačka pripada pravoj ako u svim projekcijama njena projekcija leži na odgovarajućim projekcijama prave.



Slika 44.

Ortogonalne projekcije prave a
date tačkama A i B .

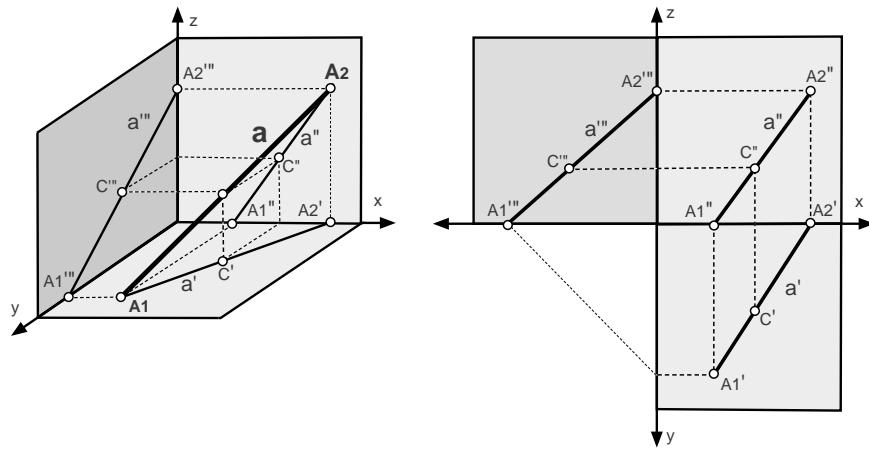
Tragovi prave

Prava može biti određena tačkama u kojima prava prodire kroz projekcijske ravni (tragovi prave).

Prvi trag prave je njen prođor kroz horizontalnu (prvu) projekcijsku ravan i može se naći kao presjek druge projekcije prave sa osom x.

Drugi trag prave je njen prođor kroz vertikalnu (drugu) projekcijsku ravan i može se naći kao presjek prve projekcije prave sa osom x.

Treći trag prave je njen prođor kroz profilnu (treću) projekcijsku ravan i može se naći kao presjek prve projekcije prave sa osom y.



Slika 45.

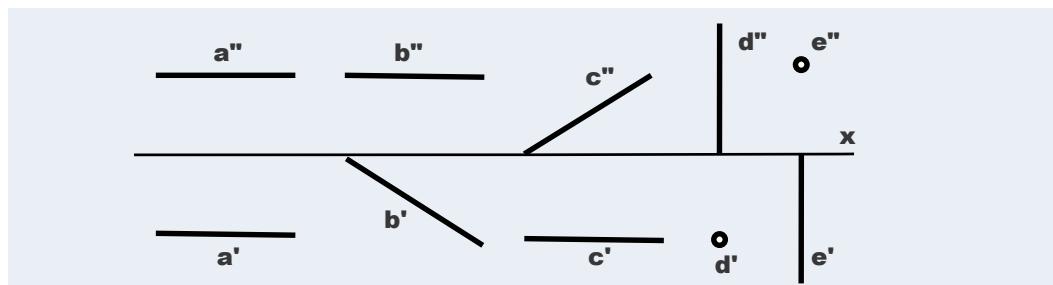
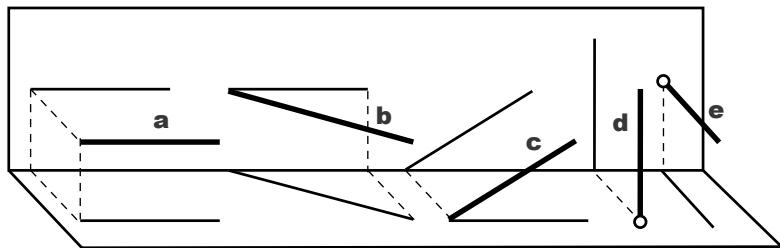
Projekcije prave **a** u zadanih tragovima.

Prava **a** u koordinatnom sistemu tri projekcijske ravni, zadana sa tragovima prave (prvi trag tačka **A₁** i drugi trag **A₂**).

(Treći trag prave **A₃** koji predstavlja njen prođor kroz profilnu ravan nije konstruktivno prikazan.)

Prave u posebnom položaju

Prave mogu biti u posebnom položaju u odnosu na projekcijske ravni : mogu biti paralelne ili normalne (okomite) na projekcijske ravni, ležati u jednoj projekcijskoj ravni ili na jednoj od koordinatnih osa. Poseban položaj prave rezultira specifičnim položajem u ortogonalnim projekcijama u odnosu na projekcijske ose x, y i z.



Slika 46.

Prave u posebnom položaju prema projekcijskim ravnima:

- prava a paralelna horizontalnoj i vertikalnoj projekcijskoj ravni,
- prava b paralelna horizontalnoj ravni,
- prava c paralelna vertikalnoj ravni,
- prava d okomita na horizontalnu ravan,
- prava e okomita na vertikalnu ravan.

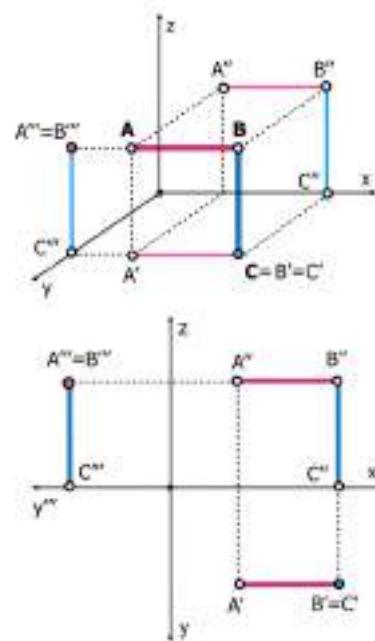
Prava paralelna horizontalnoj projekcijskoj ravni u drugoj projekciji paralelna je osi x (koja se poklapa sa drugom projekcijom horizontalne projekcijske ravni). Prava paralelna vertikalnoj projekcijskoj ravni u prvoj projekciji paralelna je osi x.

Prave paralelne projekcijskim ravnima, u tim ravnima u odgovarajućoj projekciji se vide u pravoj veličini.

Prava koja je pod pravim uglom (normalna/okomita) na horizontalnu projekcijsku ravan u prvoj projekciji je projicirana u jednoj tački, dok je u drugoj projekciji okomita na osu x.

Prava normalna na vertikalnu projekcijsku ravan u drugoj projekciji projicira se u tački, dok je u prvoj projekciji okomita na osu x.

Crtanje pravaca u specijalnom položaju olakšano je, jer je potreban manji broj informacija, a paralelnost u određenim projekcijama daje informacije i o pravim veličinama dužina i uglova. Stoga se kod crtanja različitih tijela u prostoru u tehničkom crtežu nastoji odabrati takav položaj objekta prema projekcijskim ravnima, u kome će veći broj ravn i ivica biti u posebnom položaju prema projekcijskim ravnima.



Slika 47.

Projekcije duži AB i BC u posebnom položaju.

Duž AB paralelna je vertikalnoj i horizontalnoj projekcijskoj ravni i normalna na profilnu ravan.

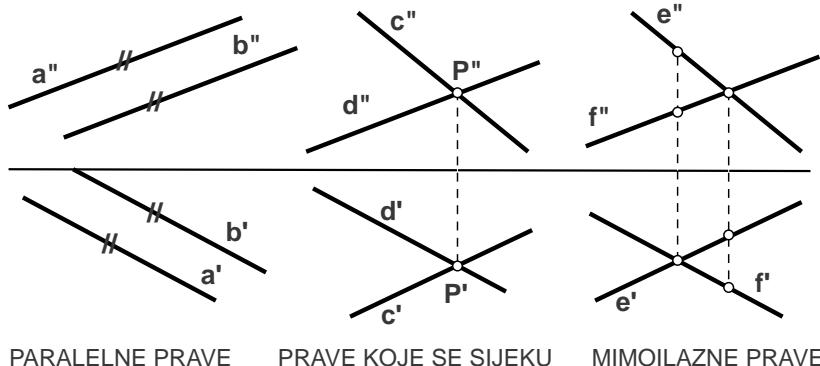
Duž BC normalna je na horizontalnu projekcijsku ravan i paralelna vertikalnoj i profilnoj ravni.

Međusobni odnos pravih

Prave mogu biti međusobno paralelne, mogu se sjeći u jednoj tački ili se potpuno mimoilaziti bez presječnih tačaka.

- **Paralelni pravci** imaju sve ortogonalne projekcije paralelne.
- **Pravci koji se sijeku**, imaju jednu istu zajedničku tačku u svim projekcijama.
- **Mimoilazni pravci** se ne sijeku a nisu ni međusobno paralelni.

Ukoliko se dva pravca sijeku u projekcijama ali tačka presjeka nije ista tačka u svim projekcijama, radi se samo o presjeku projekcija, dok se pravci u prostoru mimoilaze.

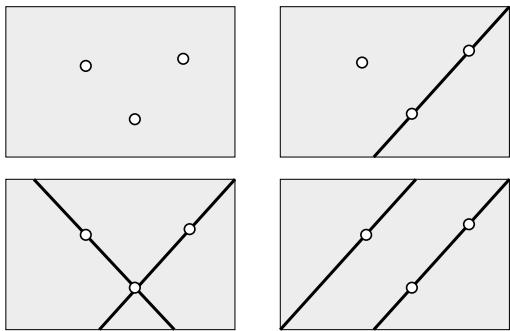


Slika 48.

Međusobni odnosi dvije prave u ortogonalnim projekcijama:

- paralelne prave a/b ,
- prave c/d koje se sijeku u jednoj tački P ,
- mimoilazne prave e/f .

Projekcije ravni



Slika 49.

Ravan zadana sa tri tačke, tačkom i pravom, dvije prave koje se sijeku i paralelnim prvcima.

Geometrijska ravan predstavlja skup odnosno polje neograničenog broja geometrijskih tačaka ili pravaca.

Ravan je geometrijski određena sa najmanje tri tačke, koje ne prolaze jednim istim prvcem. Kroz tri tačke mogu biti zadani:

- najmanje jedna tačka i jedan pravac koji ne prolazi tom tačkom,
- dva pravca koji mogu biti paralelni,
- dva pravca koji se sijeku.

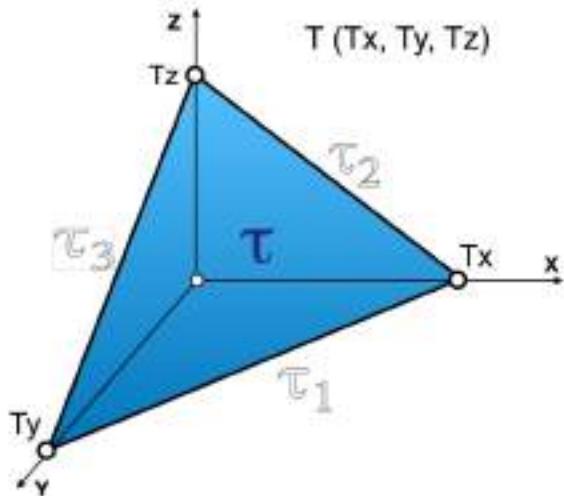
Ravni su u geometrijski modeliranom grafičkom obliku uglavnom ograničene, formirajući geometrijske figure koje u odnosu na broj linija ili karakter linija ili uglova koji zatvaraju konturu, formiraju karakteristične vrste figura: pravilne ili nepravilne poligone i složenije geometrijske figure ograničene prvcima ili različito zakrivljenim linijama.

Tragovi ravni

Ravan u projekcijama može biti određena i linijama u kojima ravan presijeca projekcijske ravni - tragovima ravni. Tragovi ravni mogu biti zadati svojim koordinatama na osama x, y i z.

Prvi trag ravni predstavlja njen presjek s horizontalnom proj. ravni, odnosno leži u horizontalnoj ravni (H), a druga ortogonalna projekcija prvog traga ravni leži na osi x.

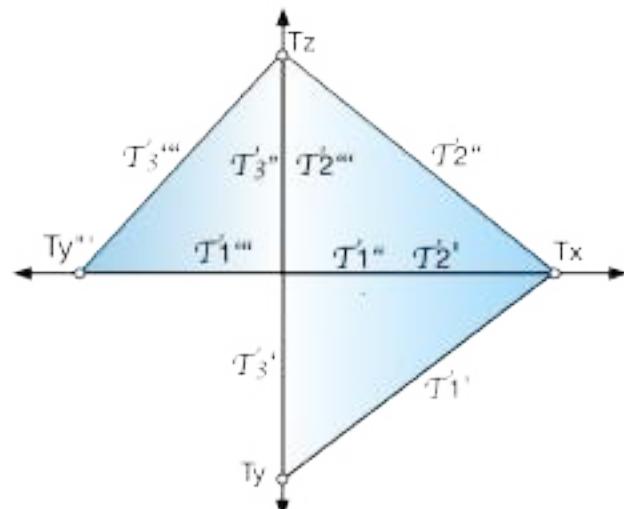
Drugi trag ravni je presjek sa vertikalnom ravni (V), pa njegova prva projekcija leži na osi x.



Slika 50.

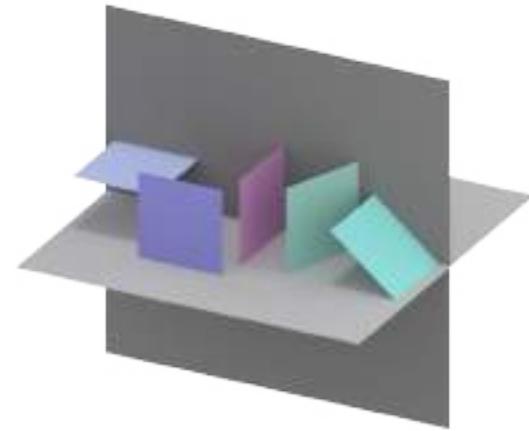
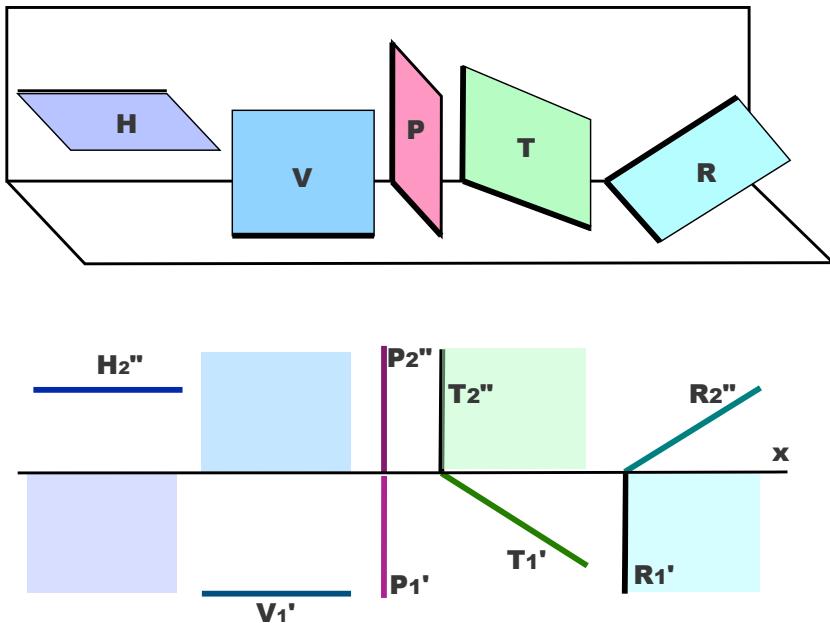
Tragovi ravni.

Ravan \mathcal{T} zadana svojim tragovima
(T_1 , T_2 i T_3) i koordinatama T_x , T_y , i T_z .



Ravni u posebnom položaju

Ravni mogu biti u posebnom položaju u odnosu na projekcijske ravni, odnosno mogu biti paralelne ili okomite na projekcijske ravni, što rezultira specifičnim položajem njihovih tragova kao i nekim specifičnim karakteristikama u projekcijama.



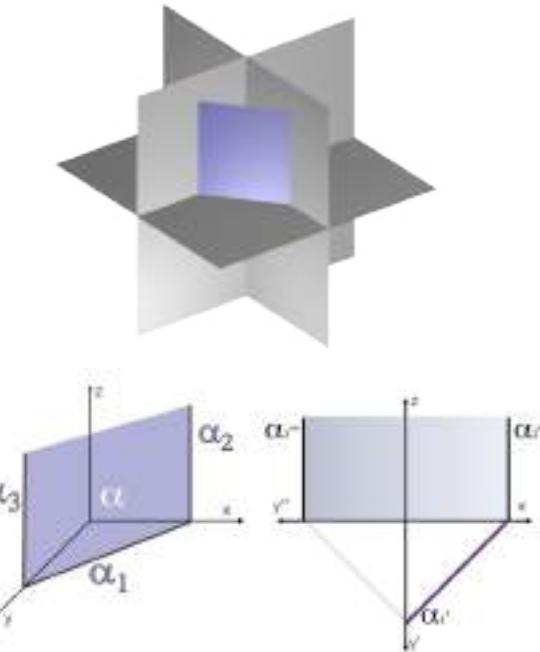
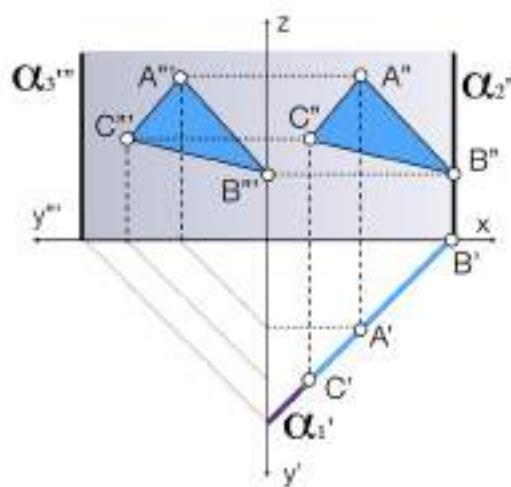
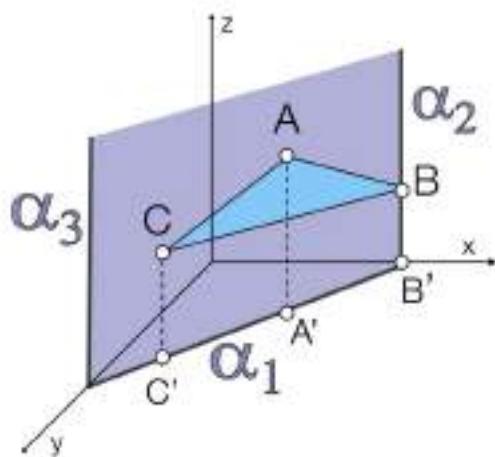
Slika 51.

Ravni u posebnom položaju:

- Ravan H paralelna horizontalnoj proj. Ravni,
- Ravan V paralelna vertikalnoj proj. ravan,
- Ravan P normalna na horizontalnu i vertikalnu proj. ravan,
- Ravan T normalna na horizontalnu proj. ravan,
- Ravan R normalna na vertikalnu proj. ravan.

Kada je neka ravan pod pravim uglom na horizontalnu projekcijsku ravan, njen drugi i treći trag su normalni/okomiti na horizontalnu koordinatnu osu x. Prvi trag zaklapa određen ugao sa osom x.

Kod normalnog položaja ravni u odnosu na horizontalnu projekcijsku ravan, sve tačke ravni u prvoj projekciji leže na prvom tragu te ravni. Sve figure u ovakvoj ravni, u prvoj projekciji su na prvom tragu ravni (vide se kao linija, koja leži na prvom tragu ravni).

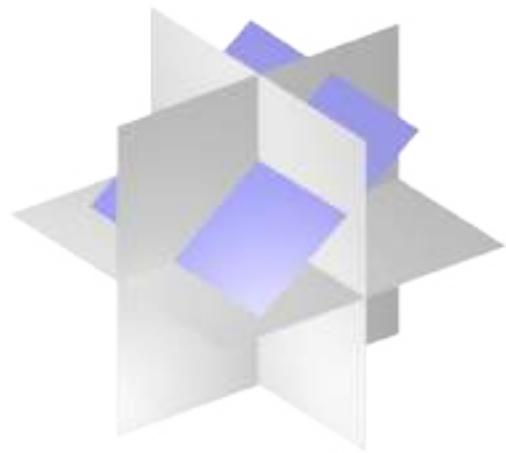
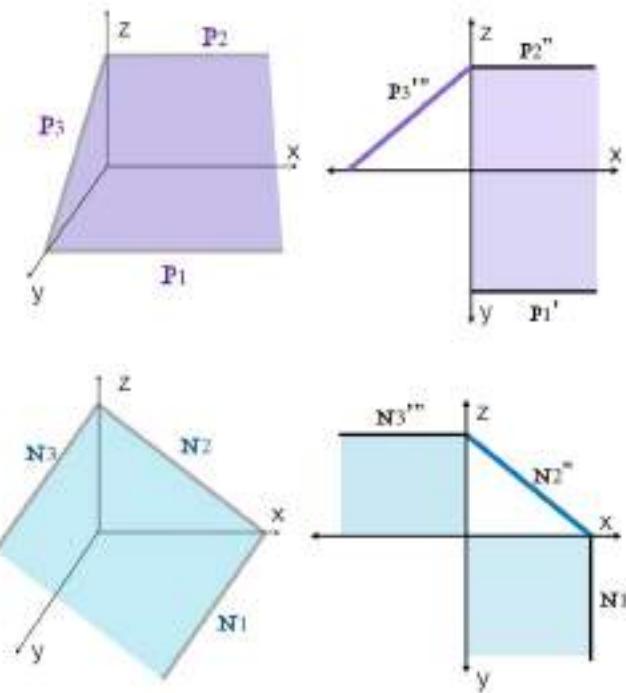


Slika 52.

Ravan normalna na horizontalnu projekcijsku ravan.

Sve tačke ravni u prvoj projekciji su na prvom tragu ravni. Trougao ABC koji leži u takvoj ravni u prvoj projekciji se vidi kao linija A'B'C'.

Ravni pod pravim uglom (normalne) na projekcijske ravni - u jednoj od projekcija sve tačke ili figure u ravni nalaze se na jednom pravcu kao odgovarajućem tragu te ravni, odnosno cijela ravan u jednoj projekciji se projicira/vidi kao pravac.



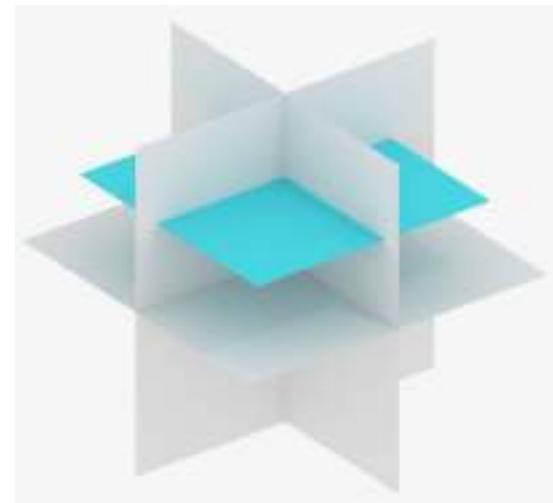
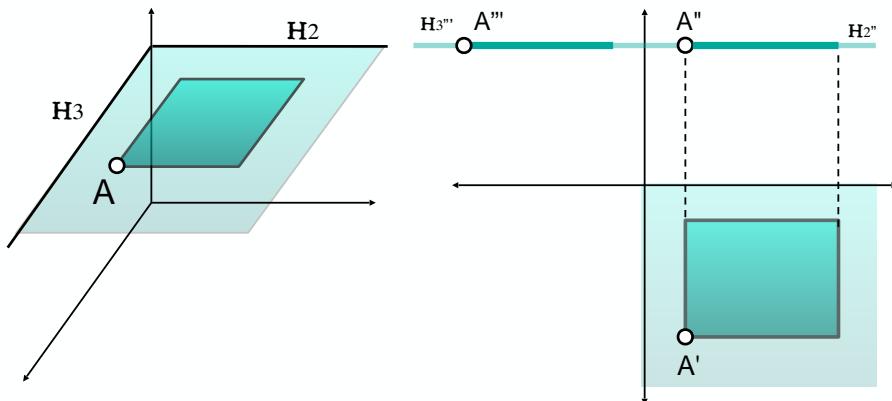
Slika 53.

Ravni pod pravim uglom na projekcijske ravni:

- Ravan **P** normalna na profilnu proj. ravan,
- Ravan **N** normalna na vertikalnu projekcijsku ravan.

Kada je neka ravan paralelna nekoj od projekcijskih ravni ona je ujedno normalna na druge dvije projekcijske ravni. Ovakve ravni projiciraju se na svome tragu u ravni na koju su normalne, a u projekcijskoj ravni kojoj su paralelne nemaju tragove, odnosno nemaju s njima presjek. Pravci, uglovi i dužine koje pripadaju ravni paralelnoj nekoj od projekcijskih ravni su u prvoj veličini u odgovarajućoj ortogonalnoj projekciji.

Ravan paralelna horizontalnoj projekcijskoj ravni nema prvog traga, a u drugoj i trećoj ortogonalnoj projekciji se poklapa sa svojim drugim i trećim tragom, paralelnim osi x. Sve linije i figure u ovakvoj ravni su u prvoj projekciji u prvoj veličini.



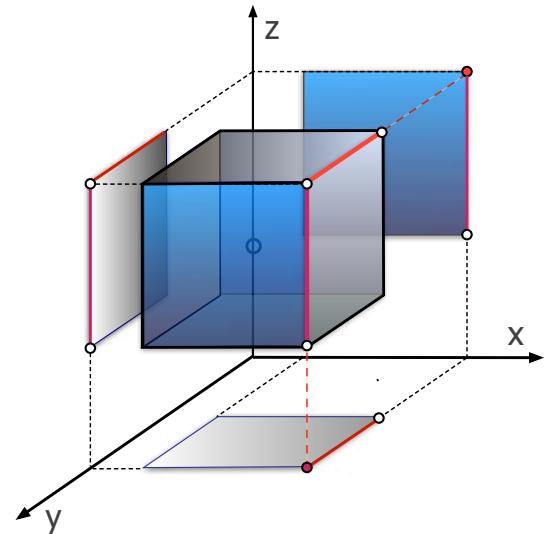
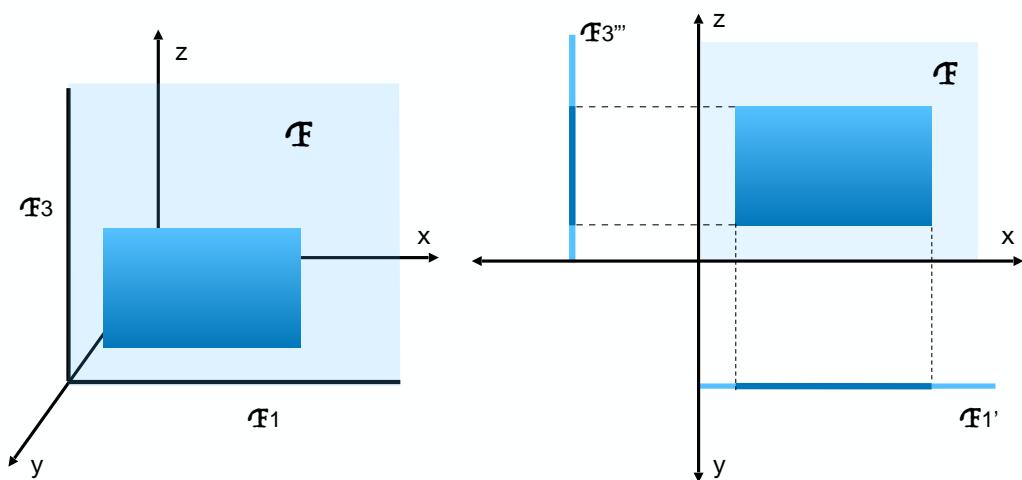
Slika 54.

Ravan H paralelna horizontalnoj projekcijskoj ravni.

U prvoj projekciji figure u ravni paralelnoj horizontalnoj projekcijskoj ravni se vide u prvoj veličini.

Ravan paralelna vertikalnoj projekcijskoj ravni u prvoj i trećoj projekciji se cijelovita vidi kao linija koja predstavlja njen presjek sa vertikalnom i profilnom projekcijskom ravni - kao drugi i treći trag ravni. Ravan je bez drugog traga, odnosno bez presjeka sa vertikalnom ravni.

U drugoj ortogonalnoj projekciji, sve linije i figure koji pripadaju ravni paralelnoj vertikalnoj projekcijskoj ravni, vide se u pravoj veličini.



Slika 55.

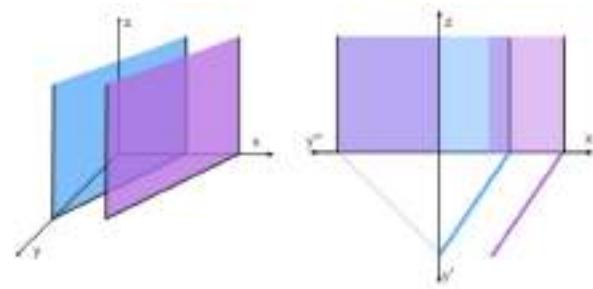
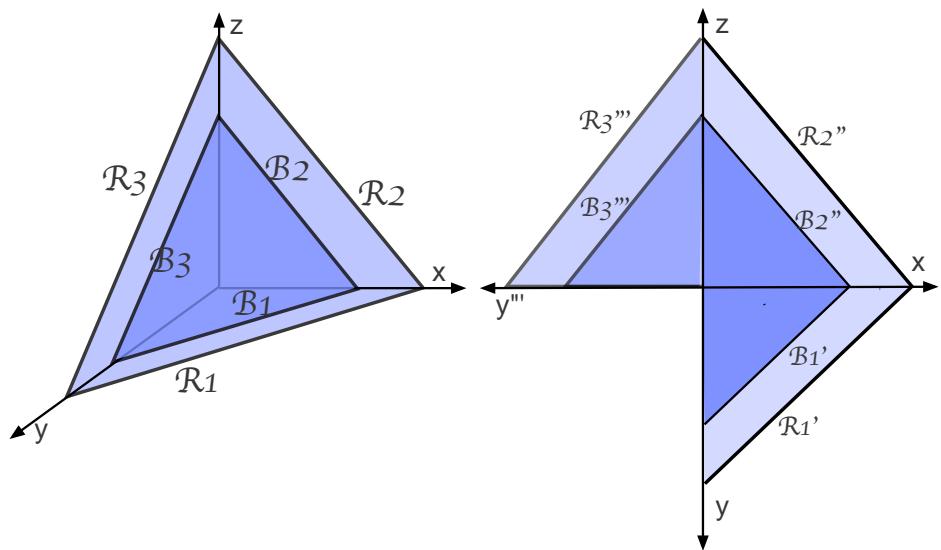
Ravan (\mathfrak{F}) paralelna vertikalnoj projekcijskoj ravni.

U drugoj projekciji figure u ravni paralelnoj vertikalnoj projekcijskoj ravni se vide u pravoj veličini.

Paralelne ravni

Ravni mogu biti paralelne ili se sijeku po nekom zajedničkom pravcu. Ravni su paralelne ako nemaju zajedničku tačku ili pravu i ako su sve njihove tačke jednako udaljene.

Paralelne ravni imaju paralelne sve odgovarajuće tragove u svim ortogonalnim projekcijama.



Slika 56.

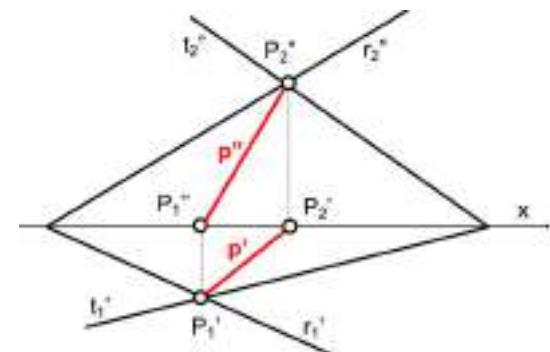
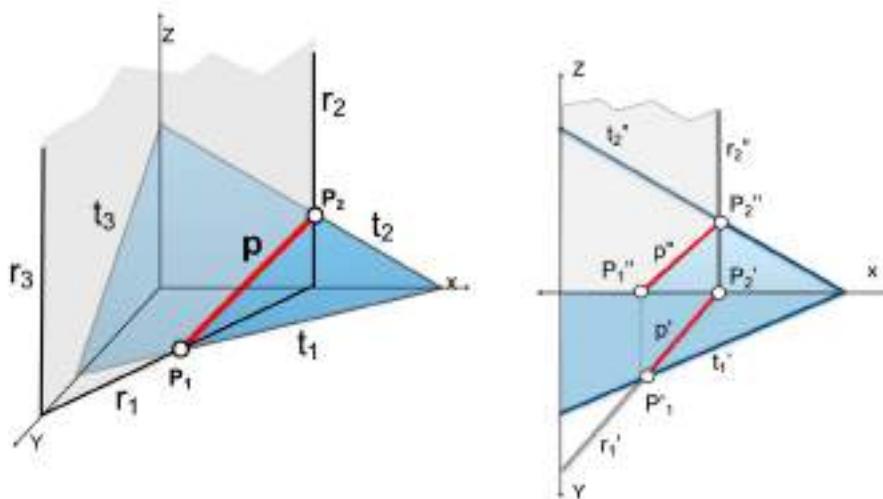
Paralelne ravni u projekcijama.

Kada su ravni međusobno paralelne imaju u projekcijama međusobno paralelne prve, druge i treće tragove u odgovarajućim projekcijama.

Presjek ravni

Presječnica dvije ravni je prava koja pripada obje ravni. Da bi se odredila zajednička prava dvije ravni, dovoljno je naći dvije tačke koje pripadaju i jednoj i drugoj ravni.

Ukoliko su ravni zadane tragovima, dovoljno je odrediti presjek dva traga u istoj projekcijskoj ravni, npr. presjek prvih tragova a zatim i presjek drugih tragova te dvije ravni, čime su određene dvije zajedničke tačke. Njihova spojnica u projekcijama daje presječnicu tih ravni.



Slika 57.

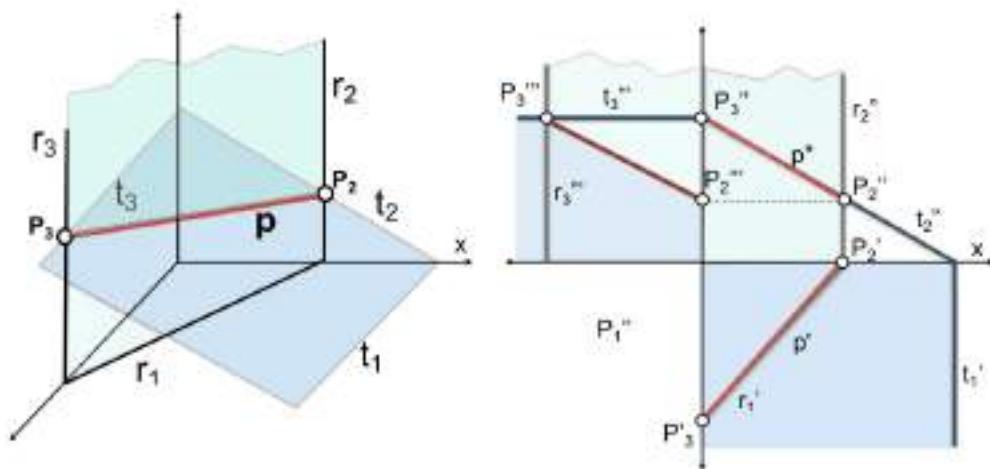
Presjek ravni je zajednička prava koja leži u datim ravnima.

Presjek tragova dvije ravni pripada njihovoj presječnici.

Tačka P_1 (presjek prvih tragova dvije ravni) i tačka P_2 (presjek drugih tragova ravni) određuju presječnicu dvije ravni - p .

Presječnica dvije ravni koje su normalne na pojedine projekcijske ravni, u odgovarajućim projekcijama se poklapa sa tragovima tih ravni.

Međusobnim presijecanjem više ravni mogu biti definirana složenija geometrijska tijela čije ivice su određene kao presječnice datih ravni.



Slika 58.

Presjek ravni od kojih je jedna normalna na vertikalnu a druga na horizontalnu projekcijsku ravan.

Presječnica je spojnica presjeka odgovarajućih tragova i poklapa se sa tragovima ravni u projekcijama u kojim se ravni projiciraju na svojim tragovima, zbog njihovog specifičnog položaja.

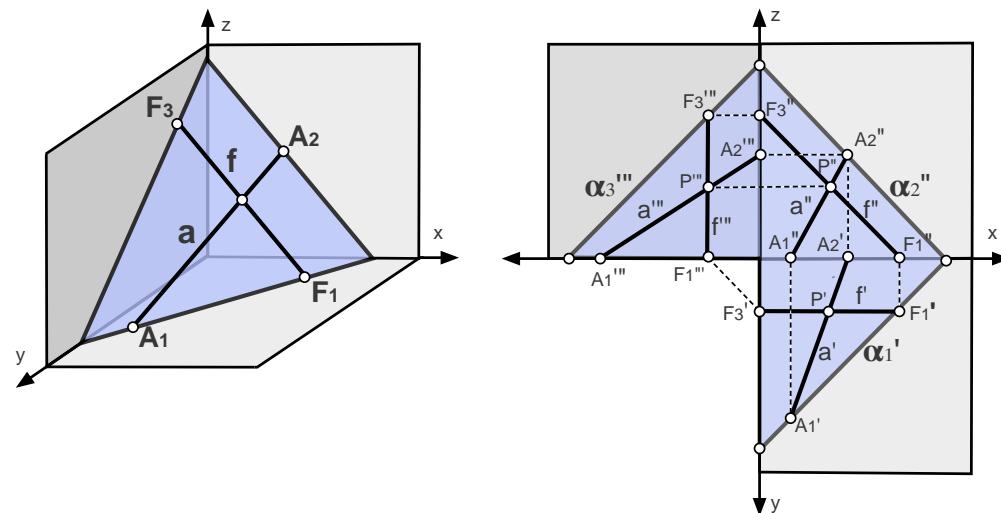
Međusobne relacije tačke, pravca i ravni

Tragovi dvije prave koje se sijeku ili su paralelne, definiraju tragove ravni određene sa te dvije prave, tako da spojnica dva prva traga pravih daje prvi trag ravni, drugi tragovi pravih daju drugi trag, a treći tragovi pravih određuju treći trag ravni. Ukoliko je ravan zadana nekom geometrijskom figurom, svi tragovi pravaca ove figure leže na odgovarajućim tragovima te ravni.

Slika 59.

Tragovi pravih koje leže u ravni određuju tragove ravni.

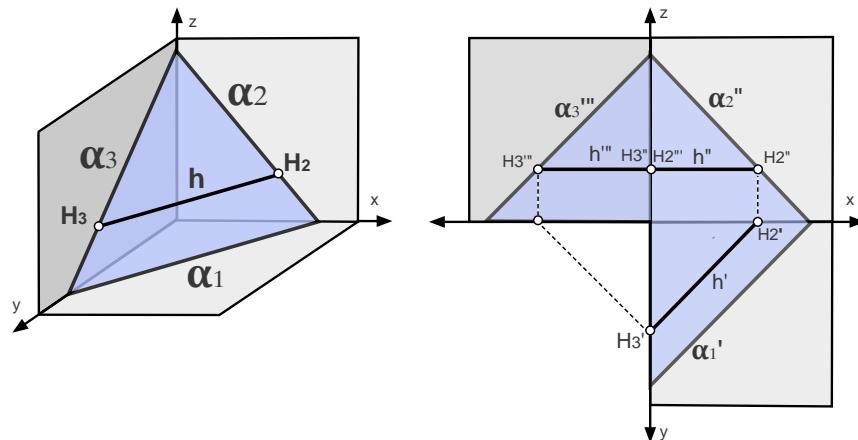
Tačke A₁ i F₁ kao prvi tragovi pravih a i f leže na prvom tragu ravni kojoj pripadaju.



Prava u ravni

Ako neka prava leži u ravni, svi njeni tragovi su na odgovarajućim tragovima te ravni - prvi trag prave leži na prvom tragu ravni, drugi trag na drugom tragu ravni i treći na trećem tragu ravni.

Prave koje leže u ravni, a paralelne su horizontalnoj ravni (horizontale ravni), u prvoj projekciji su paralelne prvom tragu te ravni, a u drugoj su paralelne osi x. Prave koje leže u ravni i paralelne su vertikalnoj ravni (frontale ravni), u drugoj projekciji paralelne su drugom tragu ravni, a u prvoj proj. paralelne su osi x.



Slika 60.

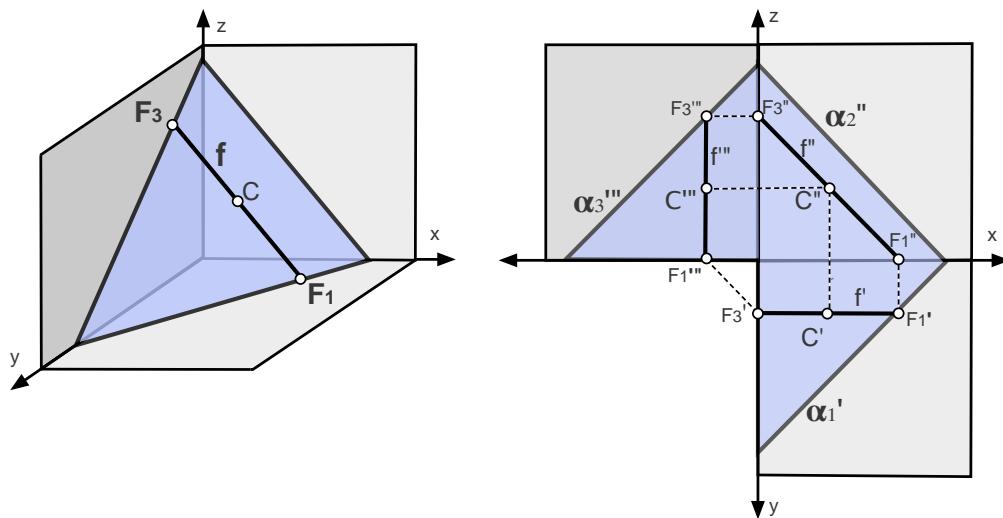
Prava koja leži u ravni, paralelna horizontalnoj projekcijskoj ravni.

Ukoliko je prava paralelna nekoj projekcijskoj ravni, u odgovarajućoj projekciji njena projekcija paralelna je tragu ravni u kojoj leži ta prava.

$$h//H; \quad h'//\alpha_1; \quad h''//x$$

Tačka u ravni

Tačka leži u ravni ako leži na pravoj koja pripada dotoj ravni. Ukoliko nije zadana prava kojoj pripada tačka, možemo kroz tačku povući pravu koja pripada dotoj ravni a paralelna je nekoj od projekcijskih ravnih (prava $h//H$ ili $f//V$). Crtanje ovakve prave u posebnom položaju (h ili f) je olakšano, jer je u jednoj od projekcija paralelna osi x a u slijedećoj odgovarajućem tragu ravni.



Slika 61.

Tačka koja leži u ravni.

Tačka leži u ravni ako u svim projekcijama leži na pravoj koja pripada dotoj ravni.

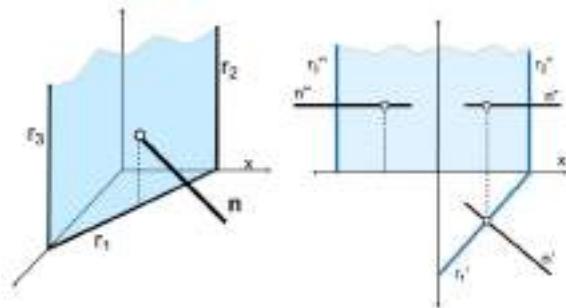
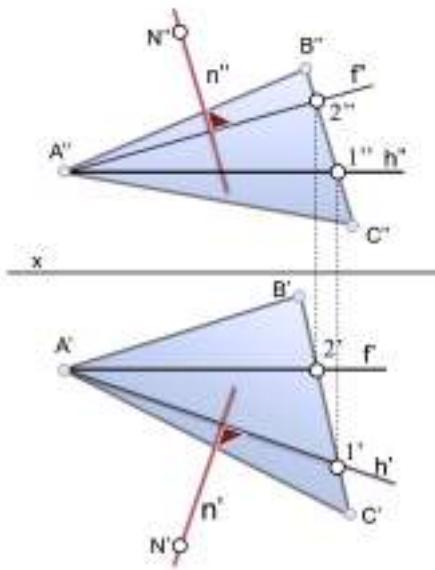
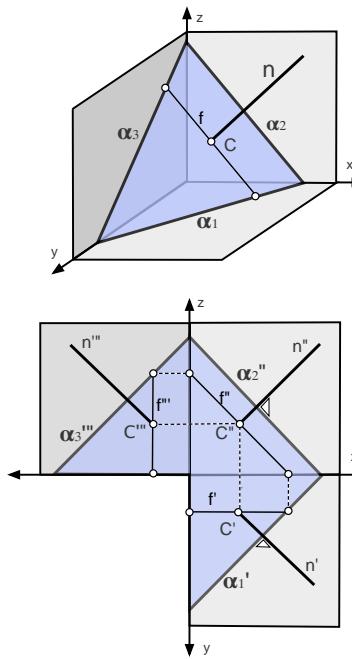
Najjednostavniji konstruktivni postupak provjere da li tačka pripada ravni je polaganje kroz tačku prave paralelne horizontalnoj ili vertikalnoj projekcijskoj ravni.

Tačka C leži na pravoj f koja pripada ravni α .

$$f \parallel V; \quad f'' \parallel \alpha_2; \quad f' \parallel x$$

Normala na ravan

Pravac normalan na ravan u svim projekcijama zaklapa pravi ugao sa tragovima te ravni. Ukoliko ravan nije zadana tragovima, pravac normalan na ravan zaklapa pravi ugao sa horizontalom u prvoj projekciji i frontalnom date ravni u drugoj projekciji.



Slika 62.

Normala (n) na ravan R okomitu na V (gore).

Normala kroz tačku C na ravan zadano trouglom ABC . (lijevo).

Normala kroz tačku N na ravan zadano trouglom ABC . (desno)

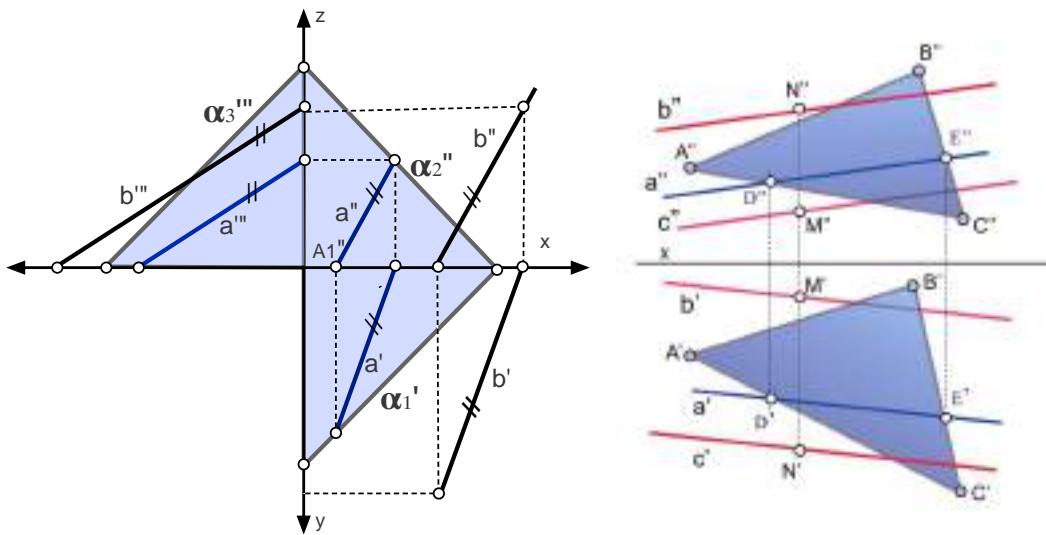
Kod crtanja normale na ravan zadano trouglom ABC , povućena je horizontala i frontalna ravnina trougla kroz tačku A (h''/x , f'/x).

Normala na trougao koja prolazi tačkom N dobivena je povlačenjem pravca n' pod pravim uglovima na horizontalu ravni u prvoj projekciji ($A'1'$) i pravca n'' na frontalni ravni u drugoj projekciji ($A''2''$).

Pravac paralelan ravni

Pravac koji ne leži u ravni je paralelan ravni ako je paralelan jednom pravcu koji leži u ravni.

Ravan je paralelna pravcu van ravni ako u ravni leži pravac paralelan datom pravcu.



Slika 63.

Pravac paralelan ravni zadanoj tragovima i trouglom ABC.

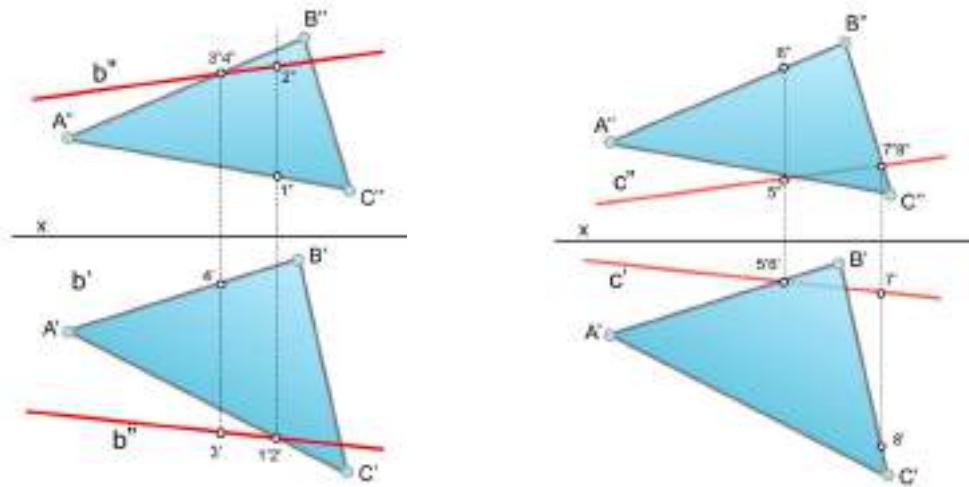
Pravac b u svim projekcijama je paralelan pravcu a koji leži u ravni zadanoj tragovima, te je time paralelan ravni.

Pravci b i c paralelni su trouglu ABC jer su paralelni pravcu a koji leži u ravni trougla.

Vidljivost u projekcijama

Kada se projekcije dva geometrijska elementa (tačke, pravci) poklapaju u projekciji, jedan od elemenata postaje zaklonjen drugim odnosno nevidljiv u datoј projekciji.

Vidljivost u projekcijama određuje se u spregu dvije projekcije, tako da su uvijek vidljivi oni elementi koji u odgovarajućoj nasuprotnoj projekciji nisu zaklonjeni u odnosu na smjer okomitih projekcijskih zraka.



Slika 64.

Vidljivost u ortogonalnim projekcijama.

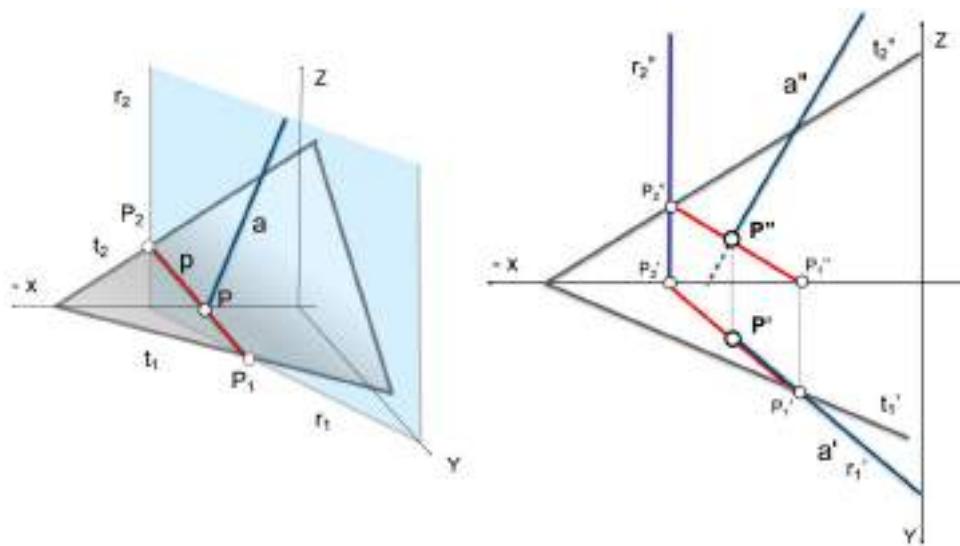
Vidljivost pravca AC i b u prvoj proj. sagledava se u drugoj projekciji, pa su vidljive one tačke koje u drugoj projekciji leže više, odnosno koje su udaljenije od ose x . (slika lijevo)

Tačka poklapanja za dva pravca AC i b u prvoj proj. je $12'$. U drugoj projekciji tačka $2''$ leži iznad tačke $1''$ i vidljiva je u prvoj proj. što znači da je pravac b u prvoj projekciji vidljiv iznad stranice AC trougla ABC .

Za vidljivost u drugoj projekciji posmatra se odnos elemenata u prvoj projekciji, odnosno vidljivi su oni elementi koji leže dalje od ose x .

Prodor prave kroz ravan

Da bi odredili prodor neke proizvoljne prave kroz određenu ravan, konstruktivno se postavlja pomoćna ravan kroz tu pravu. Tačka prodora prave kroz ravan je na presjeku te prave sa presječnicom pomoćne ravni postavljene kroz pravu i date ravni. Pomoćnu ravan najjednostavnije je postaviti tako da je normalna na horizontalnu ili vertikalnu projekcijsku ravan.



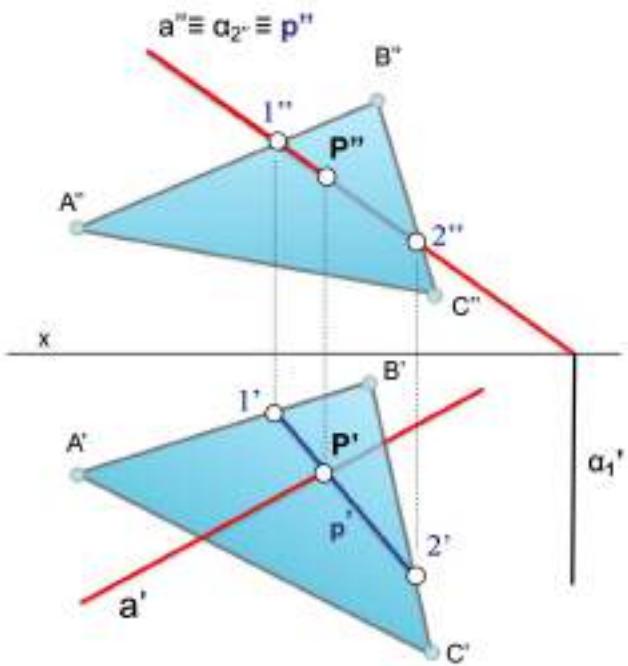
Slika 65.

Prodor prave a kroz ravan T zadatu trgovima t_1 i t_2 .

Pomoćna ravan R (normalna na horizontalnu proj. ravan), povučena je kroz pravu a , tako da se prva projekcija prave a poklapa sa prvim tragom pomoćne ravni R .

Na presječnici p ravni T i pomoćne ravni R nalazi se tačka prodora P .

Kada je ravan zadana nekom geometrijskom figurom, prođor proizvoljne prave kroz tu figuru može se naći bez tragova ravnih u kojoj leži ta figura. Dovoljno je u jednoj od projekcija postaviti kroz pravu pomoćnu ravan normalno na jednu od projekcijskih ravnih i odrediti presječnicu pomoću tačaka pomoćne ravni koje pripadaju konturi figure u obje projekcije.



Slika 66.

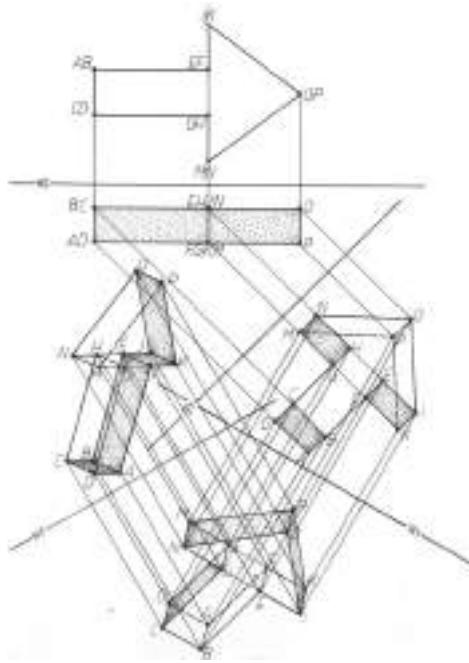
Prođor prave a kroz ravan zadanu trougлом ABC.

Pomoćna ravan (normalna na vertikalnu proj. ravan), povučena je kroz pravu a, tako da se druga projekcija prave a poklapa sa drugim tragom pomoćne ravni, ujedno i presječnicom ravnih trougla i pomoćne ravni.

Tačke 1'' i 2'' koje pripadaju presječnici p prenesene su u prvu projekciju na odgovarajuće ivice trougla AB i BC. Na presječnici p i pravoj a nalazi se tačka prodora P koja se može odrediti u prvoj projekciji kao presjek p i a, te zatim vratiti u drugu projekciju na pravu a.

Kod određivanja vidljivosti posmatra se vidljivost određene tačke presjeka u odnosu na pravac projiciranja u odgovarajućoj projekciji.

Transformacije u geometrijskim projekcijama



Slika 67.

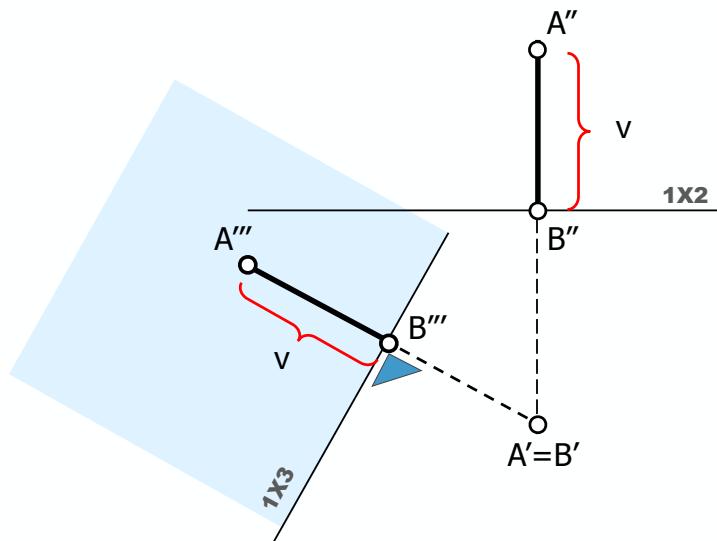
Transformacije u dodatnim geometrijskim projekcijama.

Standardne tri ortogonalne projekcije mogu biti dopunjene dodatnim ortogonalnim projekcijama, tako da se postave nove projekcijske ravni, normalne na jednu od postojećih projekcijskih ravni. Ovaj postupak u Nacrtnoj geometriji se naziva transformacijom. Ovakve dopunske projekcije mogu se dalje dopunjavati novim projekcijama, kod kojih je svaka nova projekcijska ravan postavljena pod pravim uglom u odnosu na prethodnu projekcijsku ravan.

Sve dodatne projekcijske ravni polažu se u glavnu ravan prikaza, te su sve projekcije date u istoj ravni crteža, stvarajući sliku u kojoj su projekcije povezane koordinatnim osama i normalama u odnosu na ove ose. Postupkom transformacije dobivaju se nove projekcije koje mogu dati dodatne informacije o odnosima, veličinama ili obliku prikazanog objekta.

Transformacije tačke

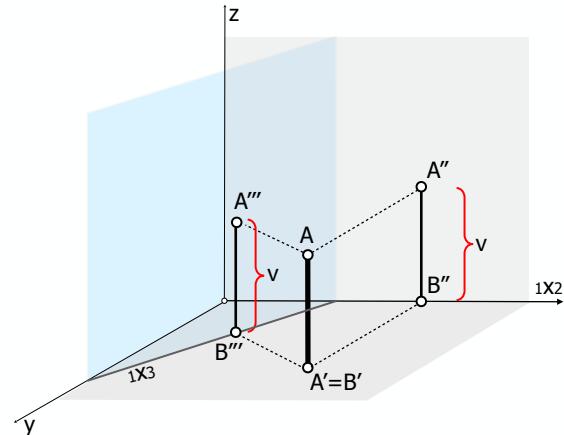
U postupku transformacije postavljen je sistem projekcijskih ravnih, sa parovima normalnih ravnih. Uz dvije standardne ortogonalne projekcije, jedna od projekcija povezana je s novom dodatnom projekcijom koja predstavlja transformiranu prethodnu projekciju na novu normalno postavljenu projekcijsku ravan. U dodatnoj projekciji, povezanoj preko nove koordinatne ose, zadržava se odnos odstojanja tačaka u prethodnoj projekciji od prethodne koordinatne ose.



Slika 68.

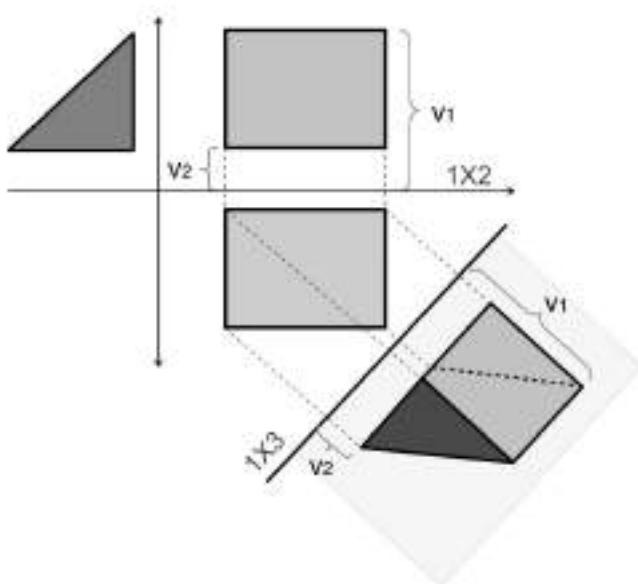
Transformacije tačaka duži AB , u projekcijama na dodatnu projekcijsku ravan.

Visina tačaka (v), kao njihovo odstojanje od ose x , u dodatnoj trećoj projekciji na ravan normalnu na H , prenosi se iz prethodne, druge ort. projekcije, preko nove ose $1X3$.



Transformacije tijela

Transformacijom u ortogonalnim projekcijama, može se iz ortogonalnih projekcija nekog objekta dobiti dodatna projekcija koja daje više prostornih informacija o objektu, prikazujući površine pod određenim uglom tako da se u projekciji vidi više različitih strana objekta, što daje složeniji vizualni dojam grafičkog prikaza.



Slika 69.

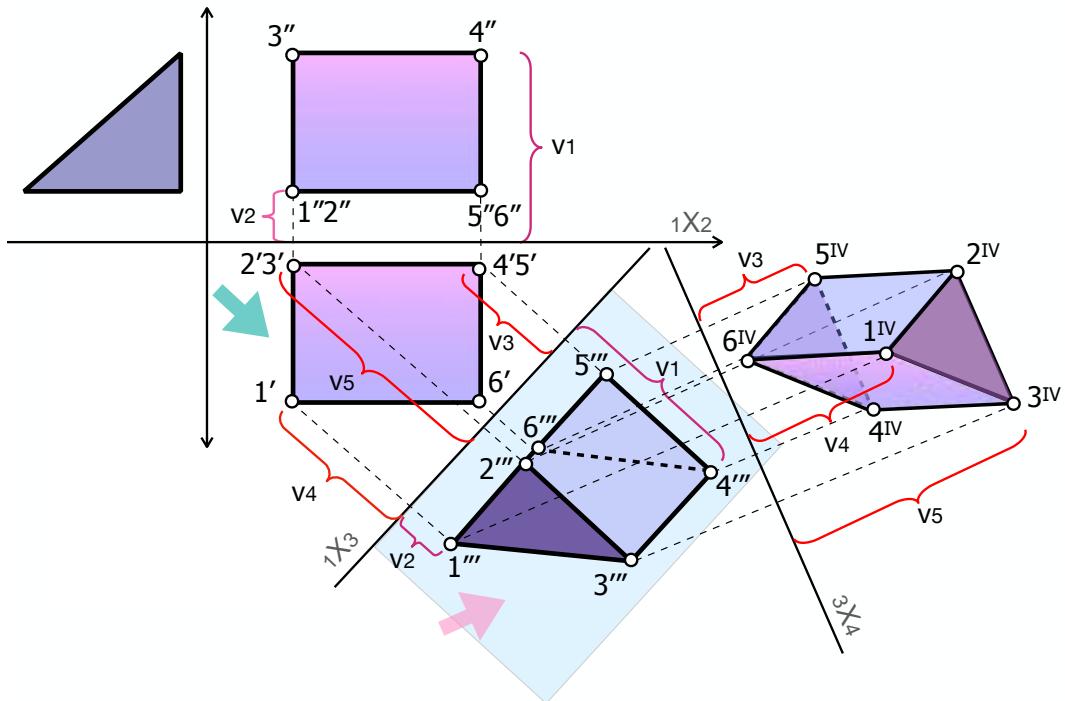
Transformacija geom. tijela u projekcijama na dodatnu projekcijsku ravan.

Dodata je nova projekcijska ravan normalno na prvu, horizontalnu projekcijsku ravan, pod proizvoljno postavljenim углом.

Treća, dodatna projekcija transformacijom iz prve ortogonalne projekcije, dobivena je pomoću visina tačaka tijela iz druge ortogonalne projekcije.

Vidljivost u trećoj projekciji određena je iz položaja tačaka, ivica i površina tijela u prvoj ortogonalnoj projekciji, u smjeru projiciranja kao gledanja okomito na novu osu 1X3. Tačke koje ne leže na konturi tijela i koje su najbliže osi presjeka dvije projekcijske ravni 1X3, se ne vide u narednoj trećoj projekciji, kao ni ivice tijela koje prolaze tim tačkama.

Dodatne transformacije na niz međusobno normalnih ravnih mogu dati složenje projekcije. Iz više dodatnih transformacija mogu se dobiti trodimenzionalni prikazi nekog prostornog objekta ili prave veličine nekih prostornih figura.



Slika 70.

Transformacija geometrijskog tijela preko dvije dodatne projekcije.

Ravan treće, dodatne projekcije postavljena je normalno na horizontalnu projekcijsku ravan.

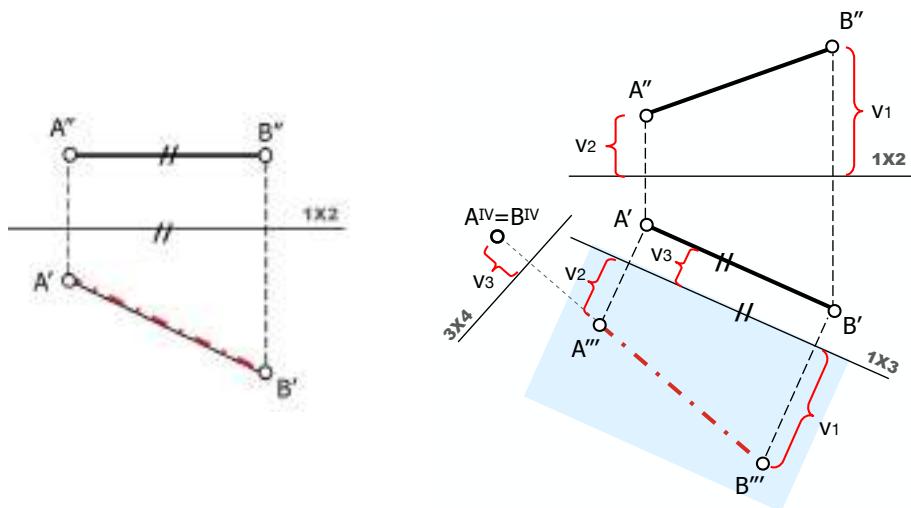
Naredna (četvrta) dodatna projekcijska ravan normalna je na prethodnu ravan čineći sistem dodatno postavljenih projekcijskih ravnih.

Projekcija tijela u četvrtoj projekciji dobivena je iz treće, dodatne projekcije, pomoću odstojanja tačaka tijela od prethodne ose ($1X3$) u prethodnoj, prvoj projekciji.

Vidljivost u četvrtoj projekciji određena je iz položaja tačaka, ivica i površina tijela u trećoj ortogonalnoj projekciji, u smjeru projiciranja kao gledanja okomito na osu $3X4$.

Prava veličina duži pomoću transformacije

Dužine u pravoj veličini vide se u odgovarajućim projekcijama u kojima je dužina na pravcu u položaju paralelnom nekoj projekcijskoj ravni. Npr. duž AB paralelna horizontalnoj ravni u prvoj projekciji je u pravoj veličini. Kada je duž u svim projekcijama data pod nekim proizvoljnim uglom u odnosu na projekcijske ravni, prava veličina duži može se dobiti dodatnom transformacijom duži, na novu projekcijsku ravan postavljenu paralelno datoј projekciji duži, preko prve ili druge projekcije te duži.



Slika 71.

Prava veličina duži AB u projekcijama.

Ukoliko je duž paralelna projekcijskoj ravni, u toj ravni njena projekcija je u pravoj veličini.

Transformacijom duži AB u proizvoljnom položaju, postavljanjem nove ose transformacije paralelno duži u prvoj (ili drugoj) projekciji, dobivena je nova projekcija u kojoj je duž u pravoj veličini jer je paralelna dodatnoj projekcijskoj ravni. (1X3 // A'B')

Odstojanje nove ose 1X3 od duži A'B' može biti proizvoljno.

Duž se iz projekcije u kojoj je u pravoj veličini može dovesti u položaj u kome se projicira kao tačka, transformacijom u novu projekcijsku ravan okomitu na treću pomoćnu ravan (3X4 ⊥ 1X3).

Rotacija u geometrijskim projekcijama

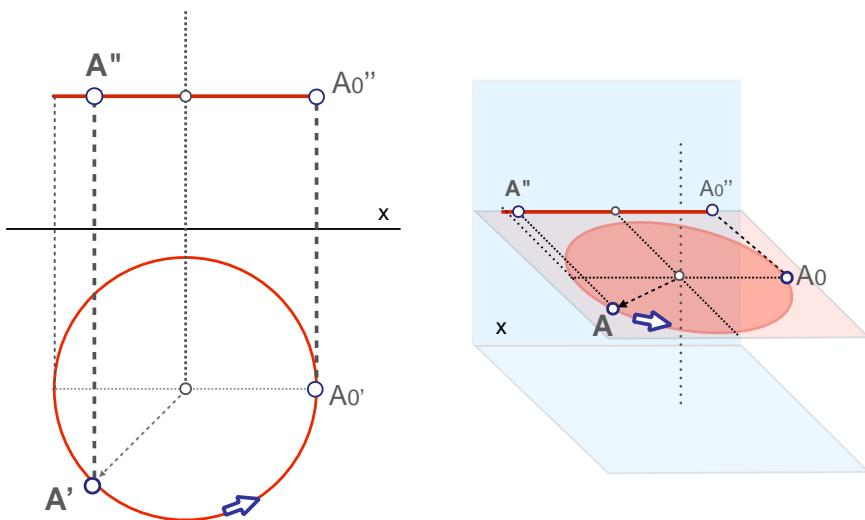
Postupak kojim se vrši preslikavanje geometrijskih elemenata i objekata u projekcijama, rotiranjem oko date ose za neki određen ugao, naziva se rotacija. Rotacijom se geometrijski elementi - tačke, pravci, ravni i geom. figure i tijela, dovode u novi projekcijski položaj, dajući novu dodatnu projekciju koja pruža nove ili potpunije informacije o karakteristikama objekta prikazanog u projekcijama. Postupkom rotacije ne uvode se nove projekcijske ravni, već dodatna projekcija na već postojećim projekcijskim ravnima. Rotacijom se mogu dobiti prave veličine dužina i geometrijskih figura, trodimenzionalna slika geometrijskih tijela i jasnija vidljivost. Osnovni elementi u geometrijskom postupku rotacije su:

- osa i centar rotacije,
- smjer i ugao rotacije.

Osa rotacije se zbog konstruktivnog postupka postavlja u poseban, normalan položaj na neku od projekcijskih ravni.

Rotacija tačke

Rotacijom tačke opisuje se kružnica sa centrom u tački na osi rotacije koja je okomita na jednu proj. ravan. U ortogonalnim projekcijama rotacijska kružnica se može projicirati kao pravac, ili kružnica/kružni luk, ovisno o položaju ose rotacije prema projekcijskim ravnima. Kružni luk rotacije vidi se u pravoj veličini u projekciji paralelnoj ravni rotacijske kružnice, odnosno u projekcijskoj ravni okomitoj na datu osu rotacije.



Slika 72.

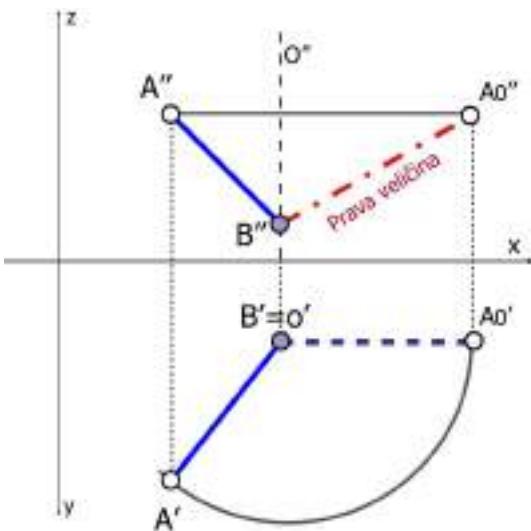
Rotacija tačke A oko ose rotacije okomite na horizontalnu projekcijsku ravan.

Tačka A rotira oko ose u naznačenom smjeru, (obrnutom od kazaljke na satu), za određen ugao, do novog položaja A₀.

Kružnica rotacije je paralelna horizontalnoj projekcijskoj ravni i u prvoj ortogonalnoj projekciji se projicira i vidi u pravoj veličini, a u drugoj kao pravac paralelan osi x.

Rotacija pravca - prava veličina pomoću rotacije

Rotacijom pravca za neki određen ugao oko neke ose, sve tačke pravca opisuju kružnice. Postupkom rotacije može se dobiti prava veličina pravca odnosno duži, tako da se rotiranjem oko jedne tačke na pravcu, prava doveđe u položaj paralelno jednoj od projekcijskih ravnih, čime je rotirana prava u odgovarajućoj projekciji u pravoj veličini.



Slika 73.

Prava veličina duži AB u projekcijama određena rotacijom.

Kada je osa rotacije postavljena kroz jednu tačku na tom pravcu, data tačka kao centar rotacije ne rotira, pa je dovoljno odrediti projekciju još jedne tačke na pravcu koja vrši rotaciju, da bi preslikali pravac rotacijom.

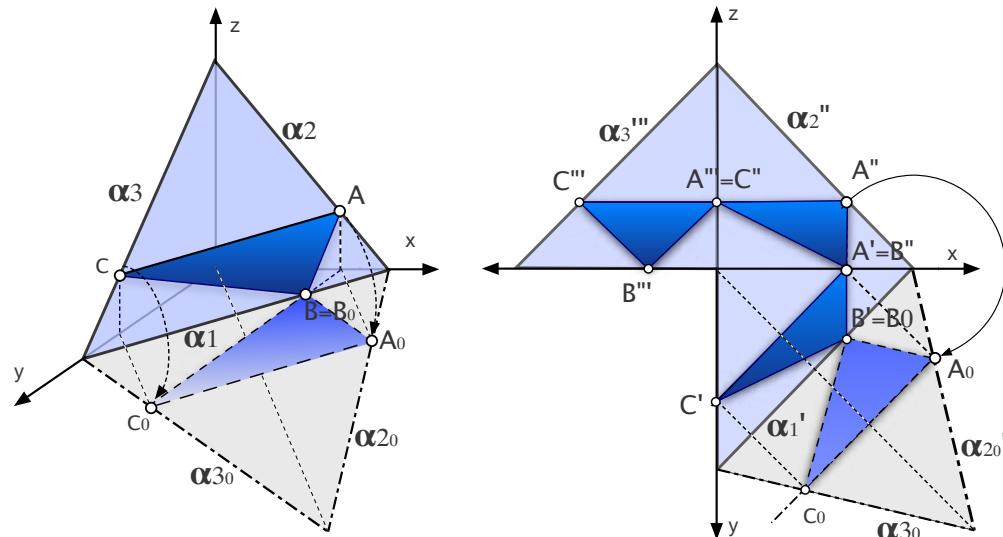
Rotacijom duži AB koja je u proizvolnjem položaju, postavljanjem ose rotacije o okomite na horizontalnu proj. ravan kroz tačku B u prvoj projekciji, dobivena je rotacijom nova projekcija tačke A kao A_o tako da je položaj A_oB' u prvoj projekciji paralelan osi x.

Duž B'A_o' je u drugoj projekciji u pravoj veličini jer je njena prva projekcija B'A'o' paralelna vertikalnoj projekcijskoj ravni.

Rotacija ravni u projekcijama

Rotacijom se ravan može dovesti u poklapajući ili paralelan položaj s jednom od projekcijskih ravnih. Ravan i sve figure u dotoj ravni se ovakvom rotacijom preslikavaju u pravoj veličini u projekcijskoj ravni sa kojom se preklapaju, odnosno kojoj su paralelne.

Rotacija ravni oko jednog svoga traga i polaganje u datu projekcijsku ravan naziva se obaranje ravni.



Slika 74.

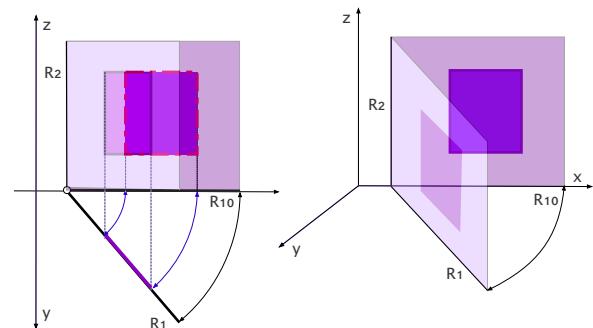
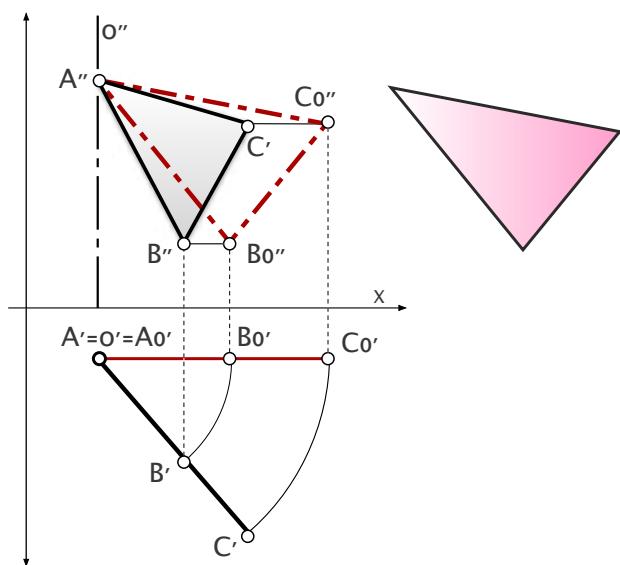
Rotacija i obaranje ravni trougla u horizontalnu projekcijsku ravan.

Ravan je rotirana oko njenog prvog traga i poklopljena sa horizontalnom projekcijskom ravnim. Oboren drugi trag ravni dobiven je pomoću rotacije tačke A koja na njemu leži (AA_0' je okomit na prvi trag ravni, centar rotacije je u tački presjeka tragova na osi x). Određeni su i rotirani položaji tačaka B i C. Tačka B leži na prvom tragu i poklapa se sa svojom rotiranom projekcijom. Tačka C leži na oborenom trećem tragu ravni dobivenom pomoću oborene tačke drugog traga koja se nalazi na osi z.

U rotiranoj projekciji, u prvoj projekciji, oboren ravan i trougao ABC koji u njoj leži su u pravoj veličini jer leže u horizontalnoj projekcijskoj ravni.

Rotacija ravni - prave veličine geometrijskih figura

Kada je ravan normalna na jednu od projekcijskih ravnih, rotacija ravni čije sve tačke u jednoj projekciji leže na njenom odgovarajućem tragu, vrši se u toj projekciji. Rotacija ravni normalne na proj. ravan može se vršiti oko njenog traga kao ose rotacije, ili postavljanjem ose rotacije i centra rotacije kroz neku datu tačku u ravni.



Slika 75. (a, b)

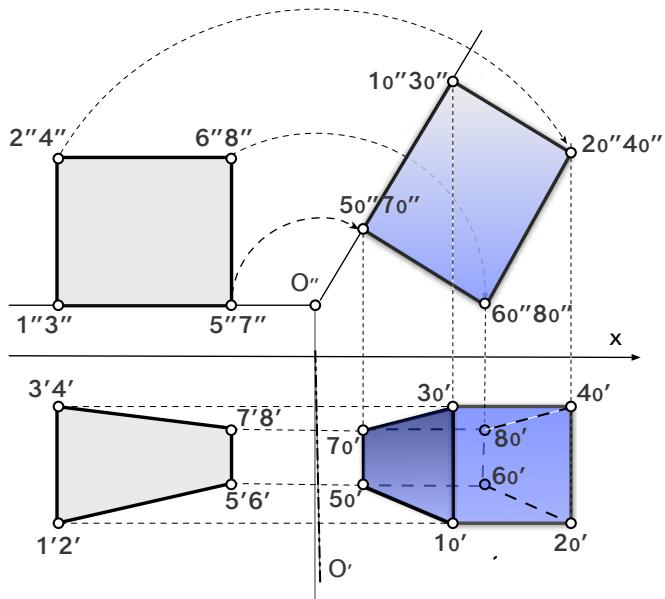
Konstrukcija prave veličine geom. figura rotacijom.

a) Rotacija ravni pravougaonika normalne na horizontalnu proj. ravan oko njenog drugog traga.

b) Rotacija trougla ABC koji leži u ravni normalno na H izvršena je oko tačke A' u položaj gdje je $A'B'_0C'_0$ paralelno x u prvoj projekciji. U drugoj projekciji dobiveni trougao $A''B''_0C''_0$ je u pravoj veličini.

Rotacija tijela

Geometrijsko tijelo može se rotacijom oko date ose dovesti u novi projekcijski položaj, iz koga se izvodi odgovarajuća dodatna, rotirana projekcija. Postavljanjem ose rotacije okomito na jednu od projekcijskih ravnih, dobivaju se kružnice i uglovi rotacije u pravoj veličini u odgovarajućoj projekciji. Potrebno je odrediti položaj karakterističnih tačaka tijela, za dati ugao rotacije u rotiranoj projekciji.



Slika 76.

Rotacija geometrijskog tijela za određen ugao oko ose rotacije o.

Osa rotacije o okomita je na vertikalnu projekcijsku ravan. Svaka tačka tijela rotira za dati ugao iz centra rotacije.

U drugoj ortogonalnoj projekciji osa rotacije se projicira kao centar rotacijskih kružnica (O''). Rotacijske kružnice se kao i uglovi rotacije u drugoj ort. projekciji projiciraju - vide u pravoj veličini.

Rotirana druga projekcija tijela vraćena je u prvu projekciju, na prvu projekciju rotacijskih kružnica koje se u prvoj ort. projekciji projiciraju kao paralele sa horizontalnom koordinatnom osom x, povučene iz tačaka tijela.

2.3.

GEOMETRIJSKA TIJELA

Geometrijska tijela su složene trodimenzionalne prostorne cjeline koje čine jedinstven sistem, formiran različitim načinima povezivanja geometrijskih elemenata. Ugaone relacije, pripadnost, presjek i prodor su statične relacije kojim su elementi povezani, dok geometrijske transformacije kao što su rotacija, translacija i projektivitet, daju dinamičnije relacijske prostorne sisteme.

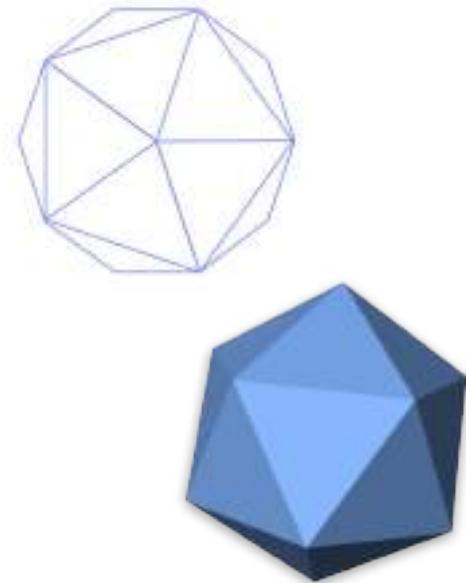
Geometrijsko tijelo nastaje ili kao konfiguracija jednostavnijih geometrijskih elemenata i figura : npr. linija i tačaka, kvadrata, trouglova ili drugih vrsta pravilnih i nepravilnih poligona - figura ograničenih linijama, ili kao rezultat operacije transformacije : translacije po nekoj putanji ili rotacije prave i krive linije oko neke ose, čime nastaju tzv. rotaciona geometrijska tijela.

Prostorna geometrijska tijela mogu biti rezultanta različitih kombinacija osnovnih geometrijskih formi i tijela ili njihovih segmenata, postavljenih u uzajamne odnose.

Geometrijska tijela ograničena ravnim površinama kao geometrijskim figurama nazivaju se rogljasta tijela. Površine rogljastih tijela sijeku se po liniji - ivici tijela, a ivice tijela sijeku se u tački - roglju.

Obla i rotaciona tijela mogu imati ravne baze i omotač koji je zakrivljena površina nastala rotacijom neke linije (izvodnice) duž baze, odnosno oko neke ose koja je postavljena kroz centar baze. Izvodnice oblih tijela mogu biti prave ili krive linije.

Konstrukcije složenih tijela u projekcijama omogućene su analitičkim i kombiniranim postupcima, koji uključuju različite geometrijske principe i metode konstrukcije međusobnih presjeka i prodora osnovnih elemenata - ivica i površina tijela. Razvojem računarske grafike konstruktivni aspekti geometrije složenih tijela su postali predmet kompjutacijskih metoda i softverskih rješenja u različitim procedurama geometrijskog trodimenzionalnog modeliranja.



Slika 77.

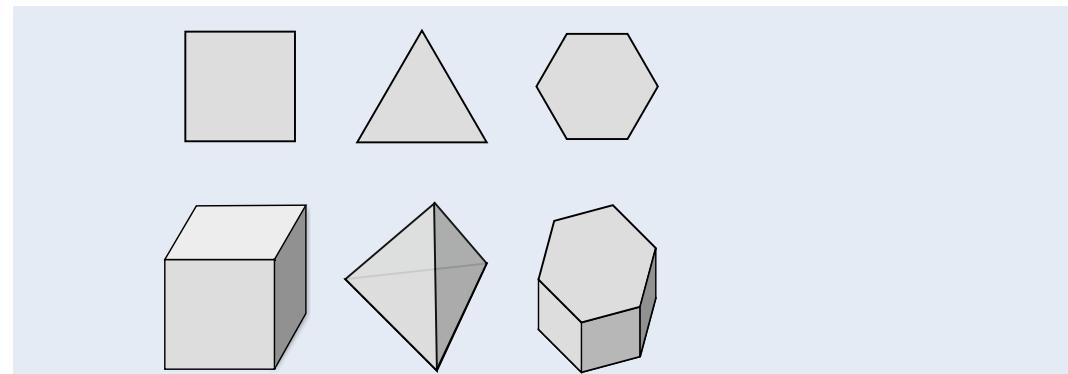
Geometrijsko tijelo u ortogonalnoj i aksonometrijskoj projekciji - ikosaedar.

Rogljasta tijela u projekcijama

Rogljasta tijela mogu biti analitički definirana bazom (osnovom) tijela i omotačem. Ivice koje pripadaju omotaču mogu biti paralelne ili se sijeku u jednoj tački, mogu biti normalne ili pod nekim uglom na bazu tijela, pa razlikujemo uspravna i kosa rogljasta tijela.

U rogljasta tijela spadaju različite vrste prizmi i piramida, pravilni poliedri: kocka, tetraedar, oktaedar, ikosaedar i dodekaedar i druga složena tijela ograničena poligonima.

*Slika 78.
Rogljasta tijela i njihove baze.*

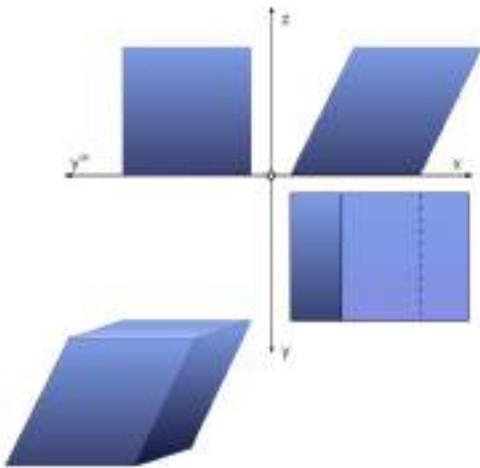
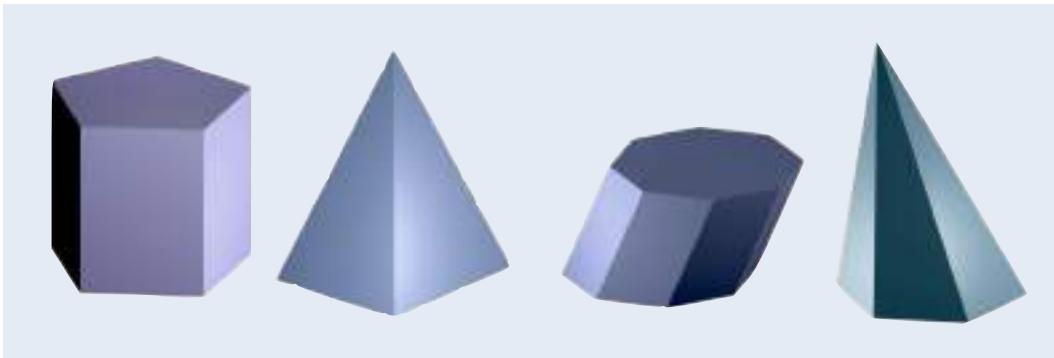


Prizma ima poligonalnu bazu i paralelne ivice pod nekim uglom na bazu; mogu biti uspravne (ivice zaklapaju pravi ugao s bazom) i kose prizme. Bočne stranice prizme su paralelogrami.

Prizmatična tijela imaju dvije paralelne baze i omotač koji se sastoji iz paralelograma čiji broj ovisi o broju stranica baze.

Kocka je pravilno prizmatično geometrijsko tijelo koje ima šest jednakih kvadratnih površina sa svim ivicama jednakim i pod pravim uglom.

Piramida ima poligonalnu bazu (trougao, četverougao, mnogougao) i ivice koje se sijeku u jednoj tački - vrhu piramide. Stranice piramide su trouglovi. Postoje uspravne i kose piramide.



Slika 79 .

Rogljasta tijela u projekcijama (a, b):

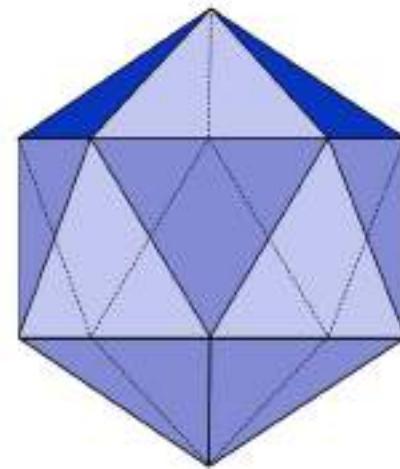
- kosa četverostранa prizma u ortogonalnim projekcijama i kosoj projekciji (gore),
- uspravna i kosa prizma i piramida u aksonometriji.

Pravilna rogljasta tijela

Geometrijska tijela predstavljaju hijerarhijski sistem osnovnih geometrijskih elemenata - tačaka i linija, koji tvore složenije geometrijske figure, od kojih su formirani trodimenzionalni prostorni sklopovi prostornih tijela.

Pravilna geometrijska tijela su formirana kao sklop jednakih i pravilnih geometrijskih figura. Najelementarnija pravilna geometrijska tijela su tzv. Platonska tijela, kao konfiguracije jednakih pravilnih geometrijskih figura : kvadrata, trouglova ili petougljava. U ova tijela spadaju: kocka, tetraedar, oktaedar, ikosaedar i dodekaedar.

Grafička reprezentacija geometrijskih tijela u geometrijskom prostoru, omogućena je različitim konstruktivnim postupcima. Konstrukcija povezuje geometrijske elemente u jedinstvenu strukturu, oslanjanjem na logičke zakonitosti Euklidske metričke geometrije, uz nadgradnju baziranu na projektivnoj geometriji.

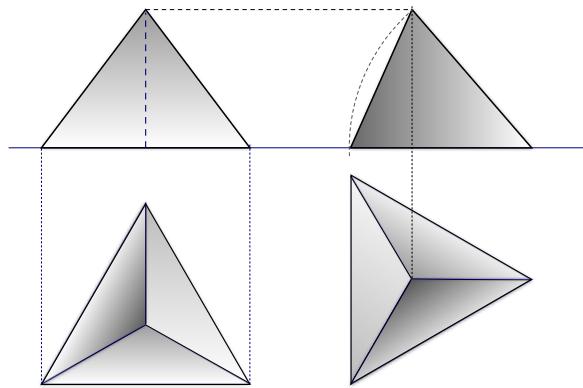
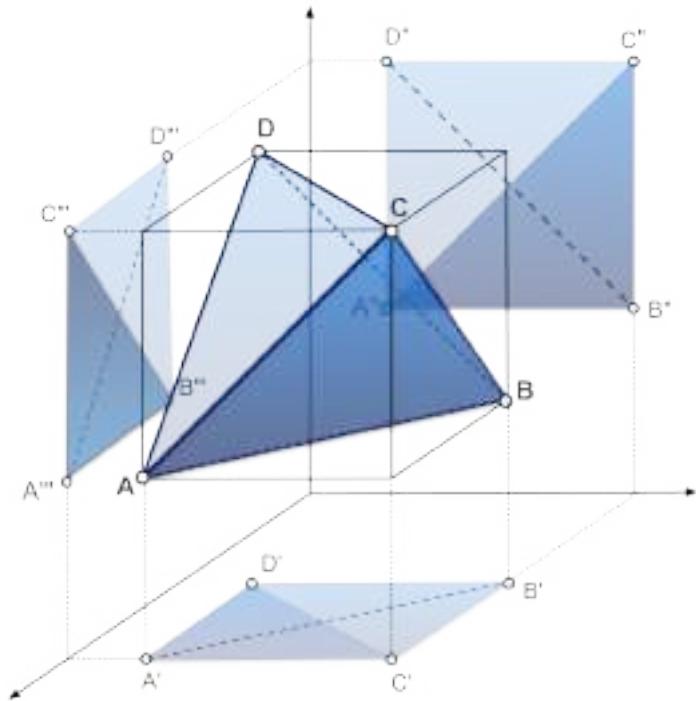


Slika 80.

Pravilno geometrijsko tijelo - ikosaedar.

Ikosaedar je pravilno geometrijsko tijelo sastavljeno od 20 jednakih istostraničnih trouglova.

Tetraedar je pravilno rogljasto tijelo ograničeno sa četiri istostranična trougla. Tetraedar ima šest jednakih ivica i četiri roglja. Definisan je kockom gdje su ivice tetraedra dijagonale strana kocke.



Slika 81.

Tetraedar u projekcijama - ortogonalne projekcije i kosa projekcija.

Presjeci rogljastih geometrijskih tijela i ravni

Složenija prostorna tijela mogu biti definirana presjekom jedne ili više ravni sa nekim jednostavnijim rogljastim ili oblim geometrijskim tijelom. Rezultat presjeka može se konstruktivno riješiti pomoću prodora ivica ili izvodnica tijela kroz ravan presjeka, postupcima transformacije ili pomoću kolineacije i afiniteta u određenim slučajevima.

Oblik i geometrijske karakteristike presječne površine ovise o karakteristikama tijela, broju i položaju ivica i položaju presječne ravni prema tijelu koje presijeca.

Kod rogljastih tijela presječna figura tijela i neke ravni je poligon sastavljen od linearnih segmenata koji predstavljaju presječnice ravni sa pojedinačnim površinama omotača tijela, dobivene kao spojnice prodornih tačaka pojedinačnih ivica tijela kroz datu ravan.



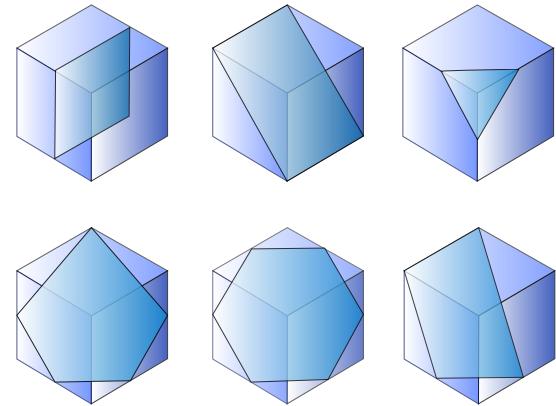
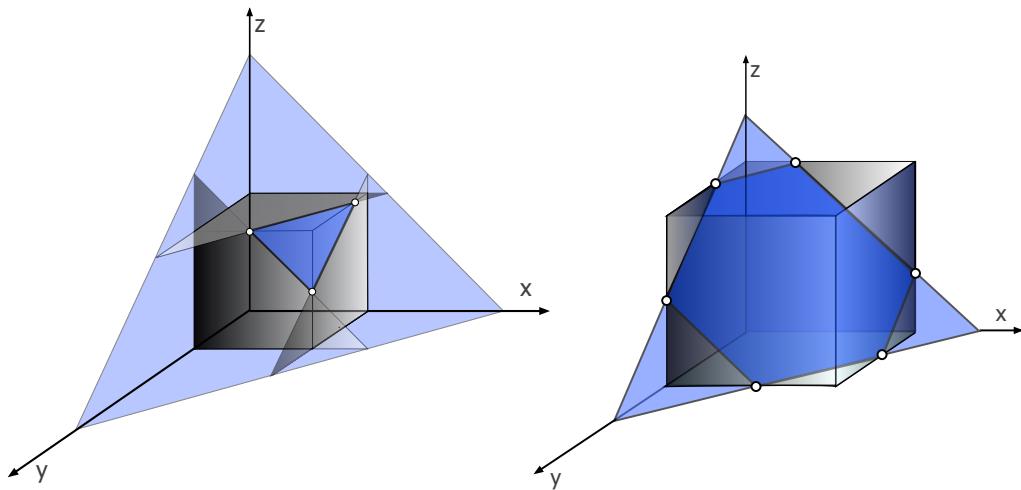
Slika 82 .

Presjeci rogljastih tijela sa ravni.

Presjek kocke sa ravni

Presjek kocke s nekom proizvoljnom ravninom, može biti trougao, kvadrat, paralelogram, trapez, petougao ili šestougao, ovisno o položaju ravnin presjeka.

Presjek kocke s proizvoljno postavljenom ravninom može se dobiti kao poligon sastavljen od presječnica pojedinačnih površina kocke i date ravnin presjeka.

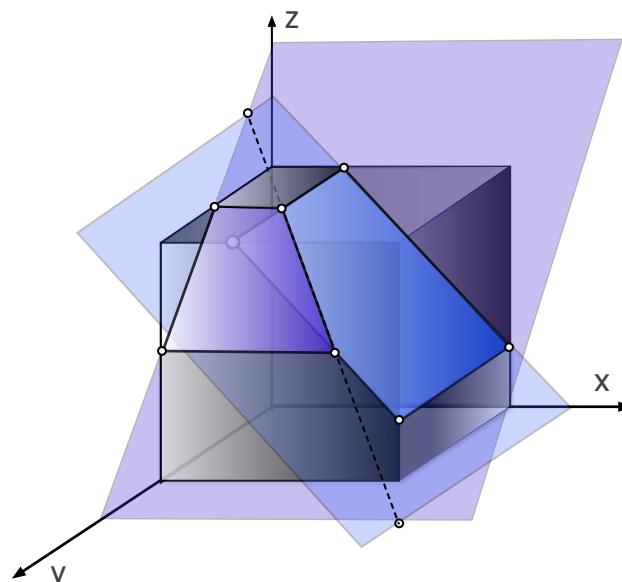
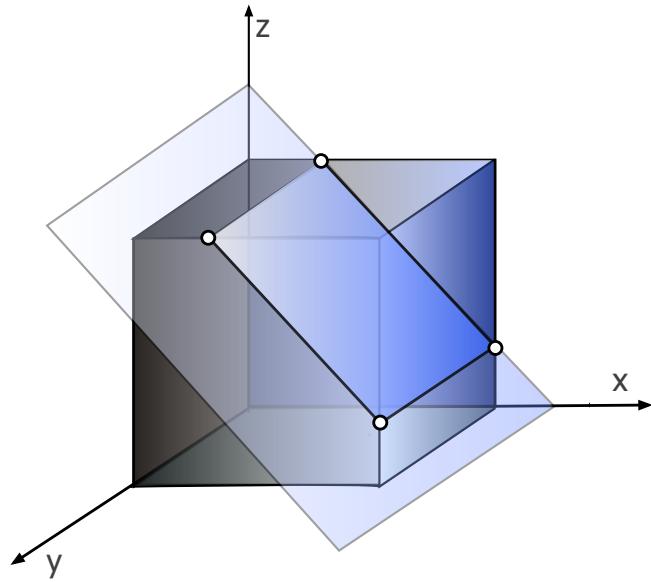


Slika 83.

Presjek kocke sa ravninom.

Linije presječnog poligona s datom ravninom presjeka, mogu se dobiti presjecima tragova pojedinačnih ravnini kocke i tragova presječne ravnini.

Složeni presjeci kocke i više ravni rezultanta su uzajamnog presjeka površina kocke i datih ravni presjeka. Presječni poligon kombinacija je presječnih poligona sa svakom presječnom ravnim, a kao dio presječnog poligona može biti uključen i međusobni presjek ravni presijecanja.



Slika 84.

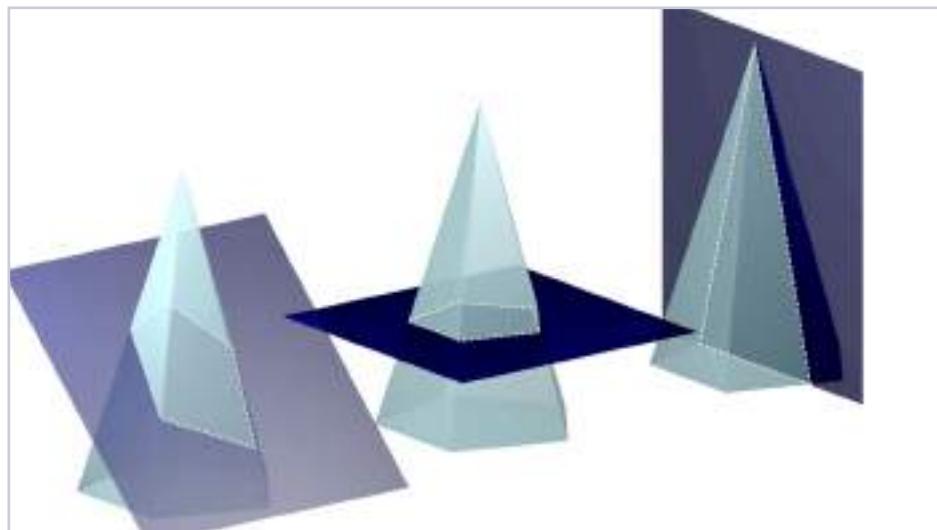
Složeni presjek kocke sa dvije ravni.

Presječnica dvije ravni sastavni je dio presječnog poligona s jednom i drugom ravnim.

Presjek piramide sa ravni

Presjek piramide i neke proizvoljne ravni je poligon čiji broj strana ovisi o bazisnoj osnovi piramide i broju ravni omotača. Kada je ravan presjeka paralelna bazi piramide, presjek je figura slična bazi.

Presjek piramide i ravni koja prolazi vrhom piramide je trougao koji čine presječnica s bazom i presječnice s omotačem piramide.

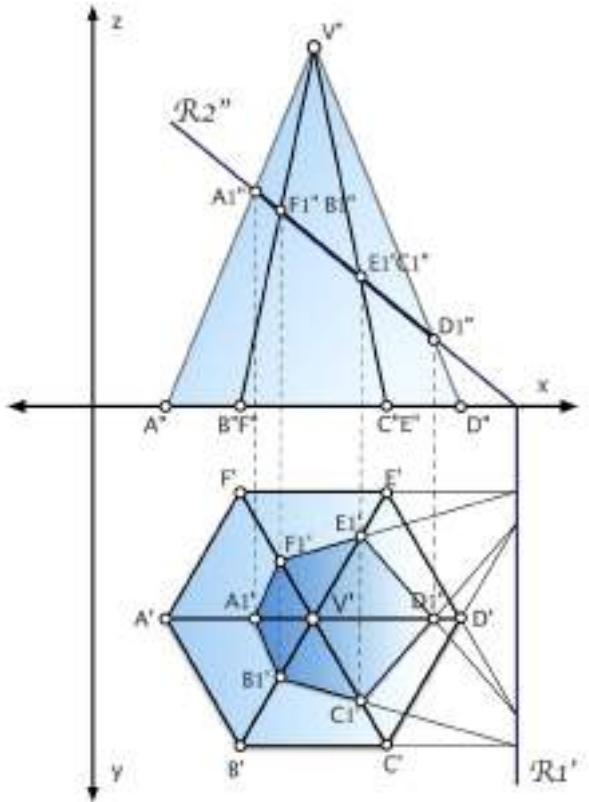


Slika 85.

Presjek uspravne piramide i ravni u različitim položajima:

- proizvoljno nagnuta ravan presjeka,
- horizontalna i vertikalna ravan presjeka.

Presjek piramide i neke proizvoljno postavljene ravni je poligon čije su tačke prodori pojedinačnih ivica piramide kroz ravan presjeka.



Slika 86.

Presjek piramide i ravni R u ortogonalnim projekcijama.

Ravan presjeka R okomita je na vertikalnu projekcijsku ravan.

Tačke na presječnom poligonom dobivene su prorodima pojedinačnih ivica piramide kroz ravan, koji se precizno mogu odrediti u drugoj projekciji jer leže na drugom tragu ravni, te se zatim spuštaju na odgovarajuće ivice piramide u prvoj projekciji.

Presjek se može provjeriti u prvoj projekciji i metodom kolineacije.

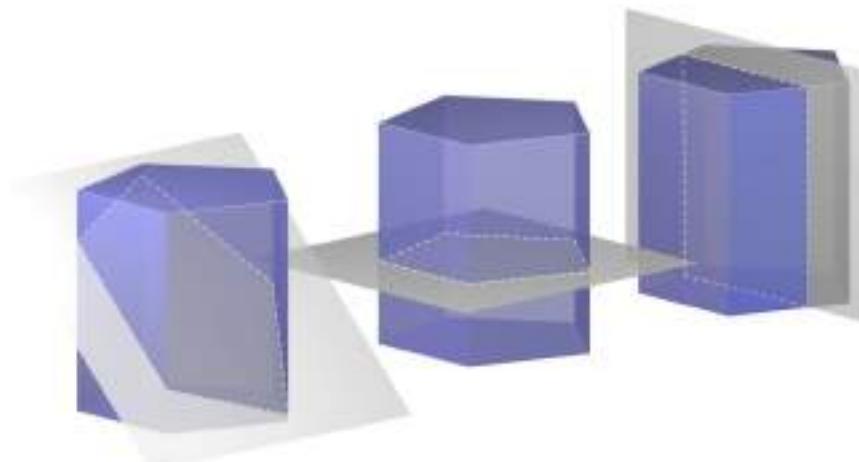
Princip kolineacije: Ako se korespondentne stranice dva trougla koji leže u dvije ravni koje se sijeku po nekom pravcu, sijeku u tačkama na tom pravcu, tada se pravci koji spajaju korespondentne tačke trouglova sijeku u jednoj tački. Npr. stranice baze CD i ED i odgovarajuće stranice presjeka $C1D1$ i $E1D1$ sijeku se u jednoj tački na prvom tragu presječne ravni R .

Presjek prizme sa ravni

Presjek prizme i neke proizvoljne ravni, je poligon čiji broj strana ovisi o bazisnoj osnovi prizme i broju ravni omotača, a oblik poligona je zavisan o položaju ravni presjeka.

Kada je ravan presjeka paralelna bazi prizme, presjek je podudaran bazi.

Presjek prizme sa ravni paralelnom izvodnicama je paralelogram.

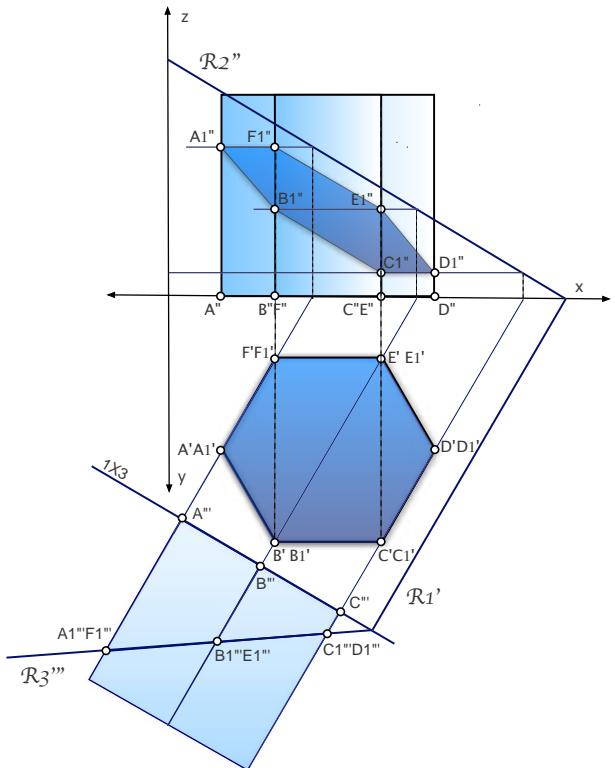


Slika 87.

Presjek uspravne prizme i ravni u različitim položajima:

- proizvoljno nagnuta ravan presjeka,
- horizontalna i vertikalna ravan presjeka.

Presjek uspravne prizme sa proizvoljnom ravni u ortogonalnim projekcijama može se dobiti pomoću dodatne transformacije ili pomoću horizontala/frontala ravni kroz tačke prodora ivica tijela kroz datu ravan.



Slika 88.

Presjek pravilne šestougaone prizme i ravni, u ortogonalnim projekcijama.

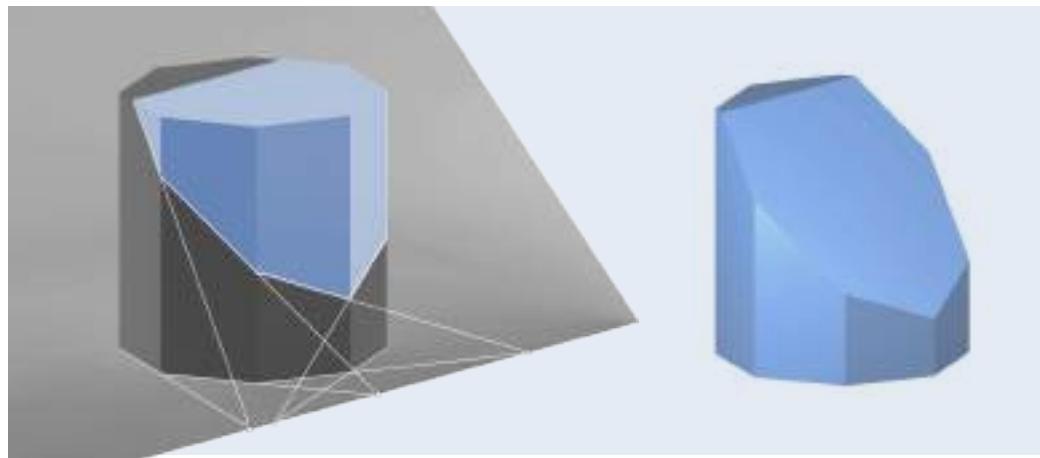
Svakoj tački na bazi prizme ($ABCDEF$), odgovara tačka presječnog poligona ($A_1B_1C_1D_1E_1F_1$), dobivenog prodorima ivica prizme iz datih tačaka baze.

Tačke prodora u prvoj projekciji se poklapaju sa tačkama baze, a u drugu projekciju mogu se prenijeti pomoću horizontala ili frontala date presječne ravni.

Tačke presječnog poligona mogu se dobiti i transformacijom preko nove ose $1X_3$ koja je normalna na prvi trag presječne ravni, čime je u dodatnoj trećoj projekciji presječni poligon na trećem tragu ravni.

Tačke presječnog poligona iz treće projekcije mogu se prenijeti u drugu projekciju prenošenjem njihovih visina na odgovarajuće ivice.

Presjek prizme i ravni koja siječe ivice prizme pod određenim uglom na ravan baze, je figura koja je u afinitetu s bazom prizme. Trag presječne ravni je osa afiniteta za bazu i presječni poligon. Njihove stranice vezane su paralelnim ivicama prizme. Odgovarajuće stranice presječne figure i baze prizme sijeku se u jednoj tački, koja leži na tragu presječne ravni u ravni baze.



Slika 89.

Presjek prizme i ravni - afinitet presječnog poligona i baze prizme.

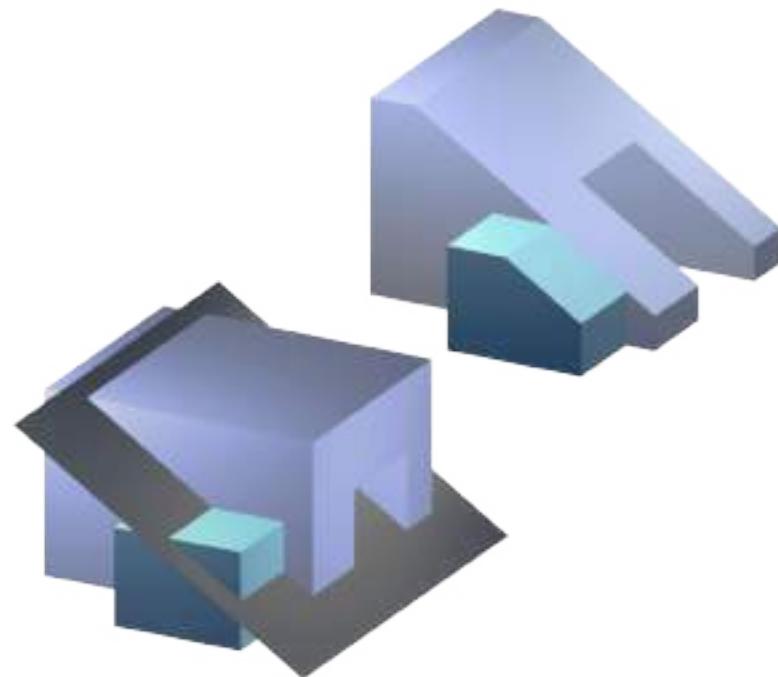
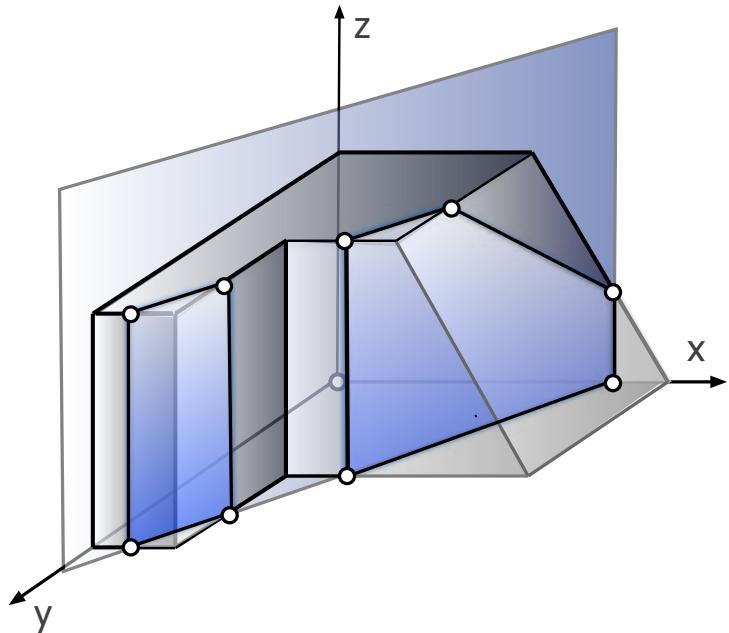
Princip afiniteta korespondentan je principu kolineacije, zraci afiniteta su međusobno paralelni, a korespondentne ivice presječnog poligona i baze prizme sijeku se na osi afiniteta - tragu presječne ravni u ravni baze.

Presjek složenih rogljastih tijela sa ravni

Presjek složenog rogljastog tijela i neke proizvoljne ravni, može biti jedan ili više poligona, čiji broj strana ovisi o broju površina tijela i položaju ravni presjeka.

Slika 90.

Presjek složenog tijela sa datom ravnim.



Prodori rogljastih geometrijskih tijela

Geometrijska tijela mogu svojim međusobnim odnosima sačinjavati cjelinu nastalu njihovim djelomičnim ili potpunim prodorima. Kompozitna forma dva tijela je rezultanta uzajamnog odnosa definiranog njihovim zajedničkim elementima - ivicama ili izvodnicama i površinama.

Ivice i površine jednog tijela mogu biti u međusobnim odnosima presjeka ili prodora s ivicama i površinama drugog tijela. Iz tih odnosa izrasta cjelovit geometrijski sklop zajedničkih elemenata koji tvore novu cjelinu sa tijelima u međusobnom odnosu.

Rogljasta tijela sačinjavaju njihove površi, ivice kao presjeci ovih površi i tačke presjeka ivica. Uzajamni odnos dva rogljasta tijela definiran je uzajamnim presjecima njihovih površi i prodorima ivica jednog tijela kroz površi drugog tijela.



Slika 91.

Međusobni prodor rogljastih tijela.

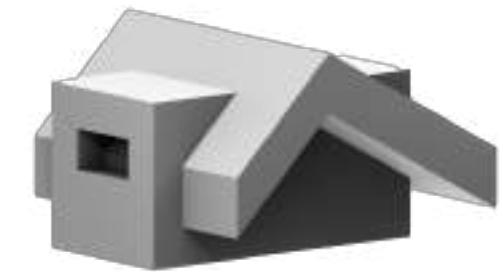
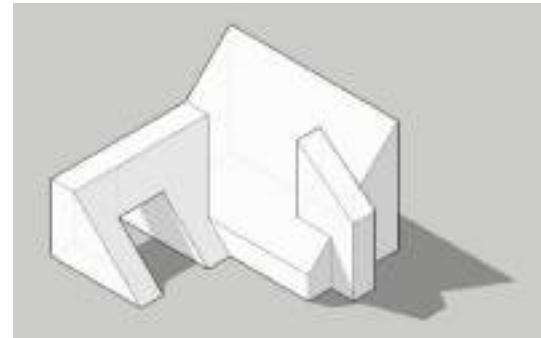
Prodor dva rogljasta tijela čine :

- Sve tačke uzajamnog prodora ivica jednog tijela kroz ravni drugog tijela i obrnuto,
- Sve presječnice ravni jednog tijela sa ravnima drugog i obrnuto.

Sve tačke prodora ivica i linije presjeka ravni pripadaju i jednom i drugom tijelu, stvarajući prostorni poligon koji čine tačke uzajamnih prodora svih ivica jednog i drugog tijela, sa presječnim linijama njihovih ravni definiranim kao spojnice ovih tačaka prodora.

Ukoliko samo određen broj ivica jednog tijela uzajamno prodire kroz ravni drugog govorimo o djelomičnom zadoru, dok u slučaju da sve ivice jednog tijela uzajamno prodiru kroz drugo tijelo govorimo o potpunom prodoru tijela.

Prodorne tačke i presječne linije u sklopu prodora dva tijela mogu se geometrijski konstruktivno riješiti na osnovu postupaka Nacrtnе geometrije, odnosno rješavanjem prodora prave kroz ravan i međusobnog presjeka ravni.

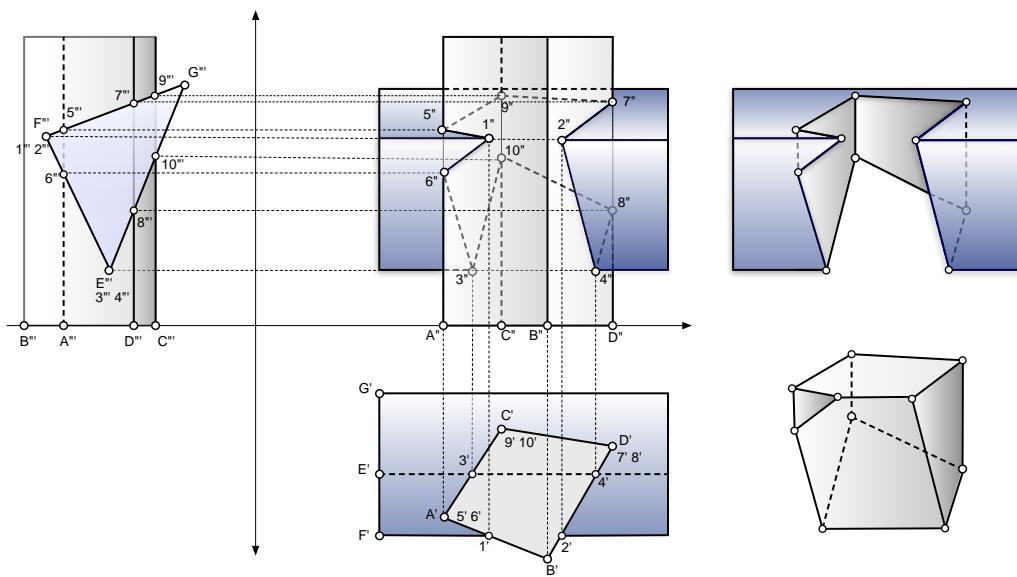


Slika 92.

Međusobni prodori rogljastih tijela.

Prodori i zadori dvije prizme

Prodor dvije prizme je zatvorena poligonalna linija koju sačinjavaju uzajamne presječnice svih površina obje prizme. Linija presjeka površina prizmi može se konstruktivno riješiti prodorima ivica koje pripadaju površini jedne prizme kroz površine druge prizme i obrnuto.



Slika 93.

Međusobni prodor dvije prizme, sa izdvojenom horizontalnom prizmom i jezgrom prodora.

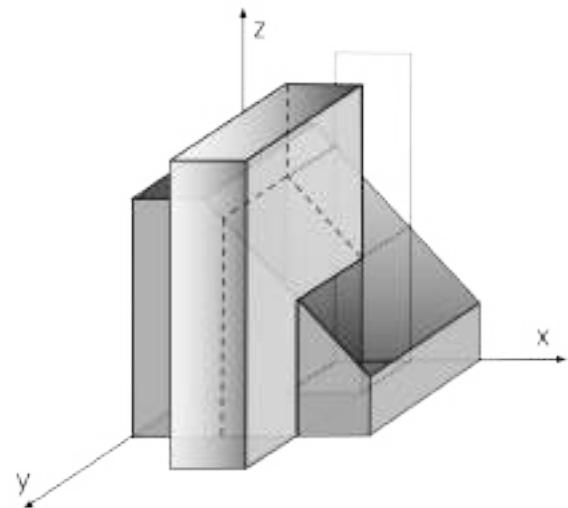
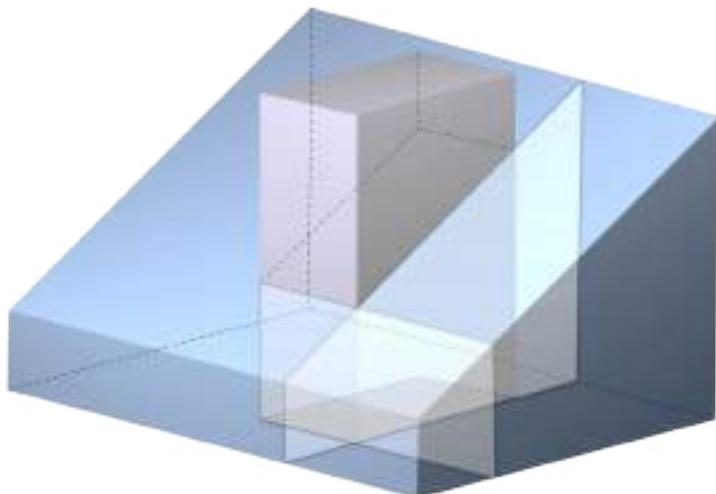
Poligonalna linija prodora prizmi predstavlja spojnicu prodora ivica vertikalne prizme s bazom $ABCD$ kroz površine horizontalne prizme s bazom EFG i obrnuto.

Prodori ivica se lako uočavaju u prvoj i trećoj projekciji, gdje su površine omotača dvije prizme vidljive kao tragovi ravni u kojoj leže, normalne na odgovarajuće projekcijske ravni.

Ivice kroz tačke B i G nemaju prodora.

Dvije tačke na poligonu presjeka mogu se spojiti kada leže na istoj površini jedne i druge prizme. Vidljive su one tačke i presječne linije koje leže na vidljivim površinama obje prizme.

Međusobni presjeci ravni dva prizmična tijela, mogu se konstruktivno riješiti tako da se po potrebi produže ravni u kojoj leže stranice tijela do odgovarajuće projekcijske ravni ili do stranice drugog tijela. Presječnice odgovarajućih ravni dva tijela daju presjek njihovih stranica.



Slika 94.

Međusobni prodor rogljastih tijela - prodor dvije prizme u aksonometriji.

Produžene su ravni vertikalne prizme u osnovi do odgovarajućeg presjeka sa ravnima horizontalno položene prizme, čime je određena međusobna presječna linija ravni, kao linija prodora vertikalne prizme kroz horizontalnu prizmu.

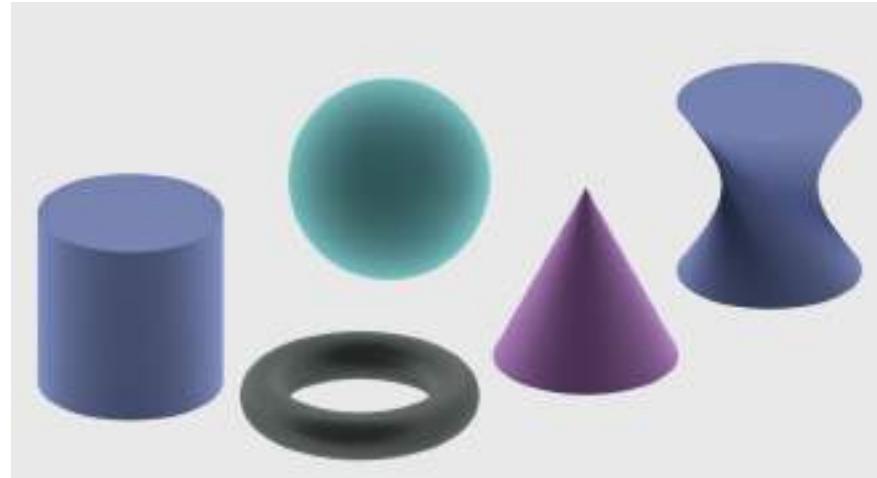
Obla tijela u projekcijama

U obla rotaciona tijela spadaju: valjak, konus, lopta, torus, rotacioni hiperboloid, elipsoid i druga. Obla rotaciona tijela mogu imati ravne baze: krug ili elipsu, i omotač koji je zakrivljena površina nastala rotacijom neke linije - izvodnice, duž baze ili oko neke ose koja je postavljena kroz centar baze. Izvodnice oblih tijela mogu biti prave ili krive linije.

Slika 95.

Obla rotaciona tijela:

Valjak, lopta, torus, konus i rotacioni hiperboloid.



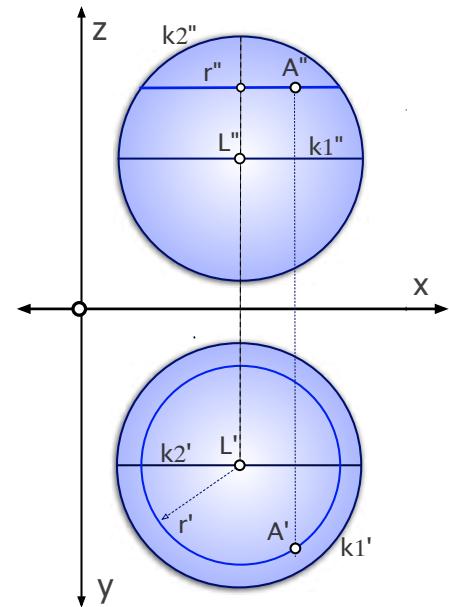
Lopta u projekcijama

Lopta je geometrijsko tijelo kod koga su sve tačke na površini lopte jednako udaljene od jedne tačke - centra lopte. Ova udaljenost je poluprečnik lopte. Lopta se može definirati kao rotaciono tijelo nastalo rotacijom kružnice oko ose koja prolazi centrom lopte.

Lopta se u ortogonalnim projekcijama projicira kao kružnica čiji je poluprečnik jednak poluprečniku lopte.

Kontura lopte u ortogonalnim projekcijama je kružnica čiji je prečnik jednak prečniku lopte. Konturna kružnica iz prve projekcije (k_1) u drugoj projekciji je horizontalan pravac kroz centar lopte i obrnuto.

Tačka na lopti u ortogonalnoj projekciji može ležati na konturnoj kružnici lopte ili na perifernoj pomoćnoj presječnoj kružnici (r) koja je postavljena tako da leži u horizontalnoj ili frontalnoj ravni.



Slika 96.

Ortogonalne projekcije lopte.

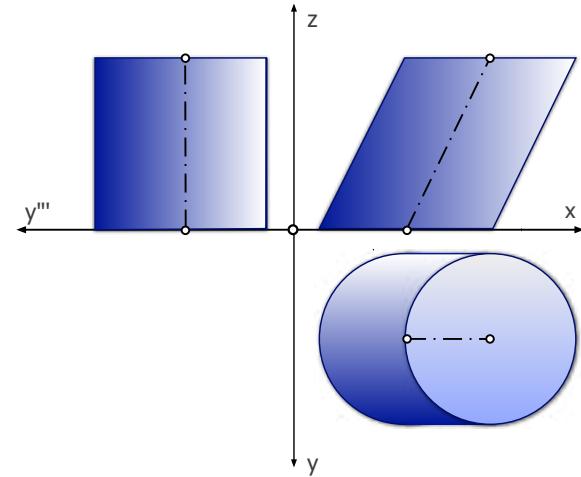
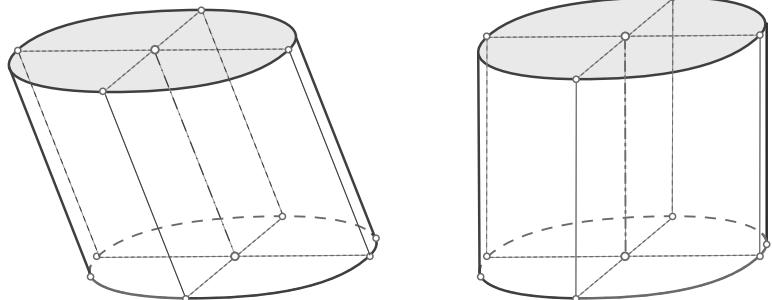
Tačka A na omotaču lopte nalazi se na maloj perifernoj kružnici r.

Kružnice k_1 i k_2 su konturne linije lopte u projekcijama.

Valjak (cilindar) u projekcijama

Valjak (cilindar) ima dvije kružne baze međusobno paralelne i omotač nastao rotacijom izvodnice - pravca oko osovine valjka. Sve su izvodnice paralelne osovinu valjka. Valjak može biti uspravni, kod koga je centralna osovina rotacije normalna na bazu, i kosi valjak kod koga je osa rotacije nagnuta pod nekim uglom na bazu. Parametri valjka su poluprečnik baze i visina valjka kao vertikalno odstojanje dvije baze.

Valjak ima bezbroj izvodnica od kojih su u projekcijama karakteristične konturne izvodnice, uz izvodnice koje leže na prečnicima baze.



Slika 97.

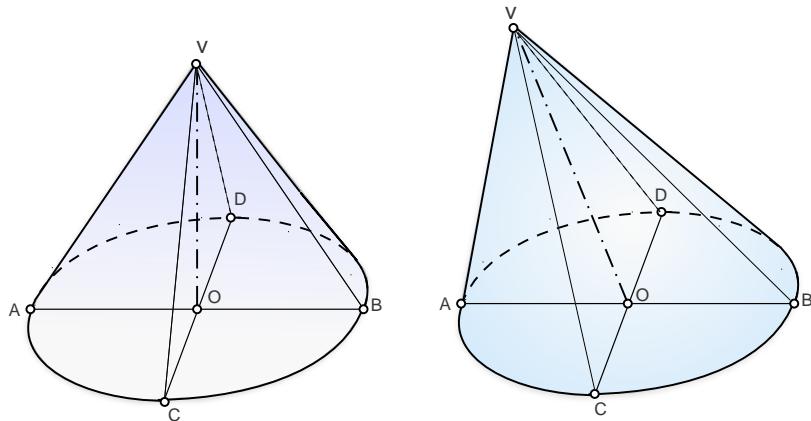
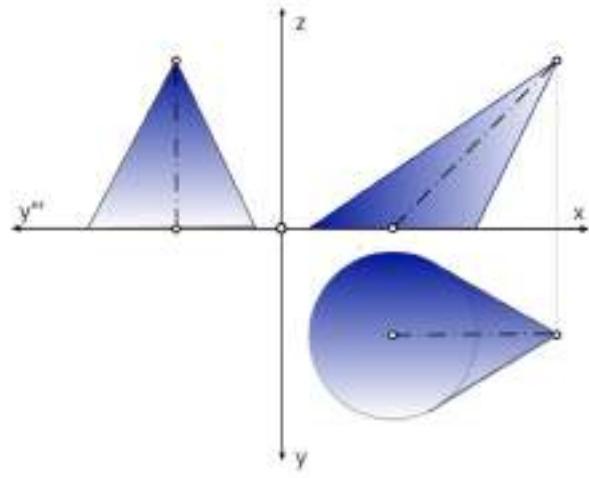
Projekcije valjka.

- Kosi i uspravni valjak u kosoj projekciji (lijevo),
- Kosi valjak u ortogonalnim projekcijama (gore).

Konus (kupa) u projekcijama

Konus (kupa) ima jednu kružnu bazu i omotač čije se izvodnice sijeku u jednoj tački - vrhu konusa. Konus može biti uspravan i kosi. Kod uspravnog konusa osa rotacije je normalna na ravan baze i prolazi središtem kružne baze, dok je kod kosog konusa osa nagnuta pod nekim uglom u odnosu na ravan baze.

Parametri konusa su poluprečnik baze i visina konusa kao vertikalno odstojanje vrha od baze. Karakteristične izvodnice konusa su konturne izvodnice kao i izvodnice koje leže na prečnicima baze.

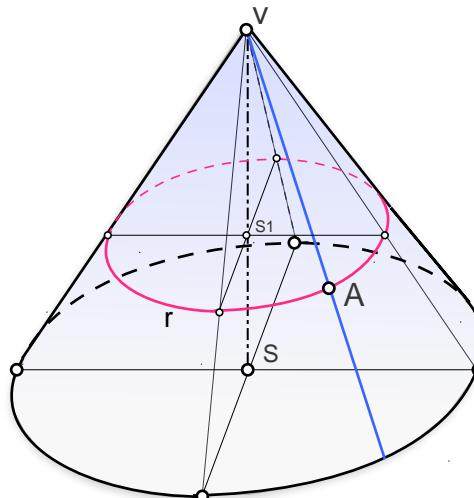
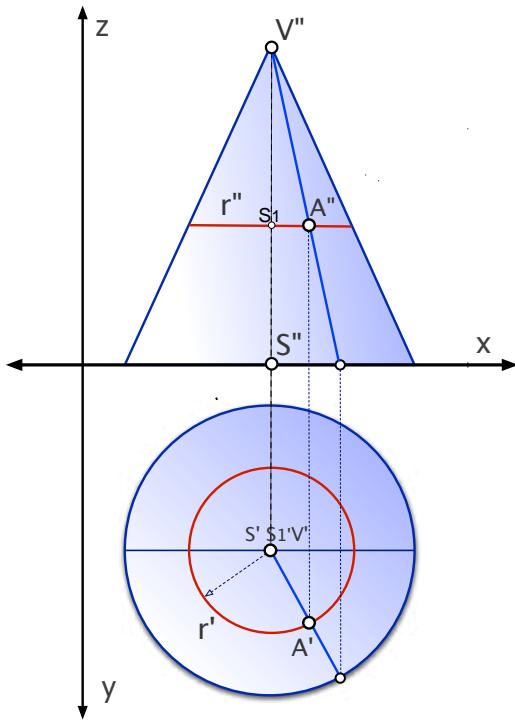


Slika 98.

Projekcije konusa.

- Uspravni i kosi konus u kosoj projekciji (lijevo),
- Kosi konus u ortogonalnim projekcijama (gore).

Tačka na omotaču konusa nalazi se na odgovarajućoj izvodnici povučenoj kroz vrh konusa. Tačka na omotaču takođe može biti određena pomoćnom kružnicom paralelnom bazi, sa centrom na osi konusa.



Slika 99.

Konus (uspravni), u aksonometriji i ortogonalnim projekcijama.

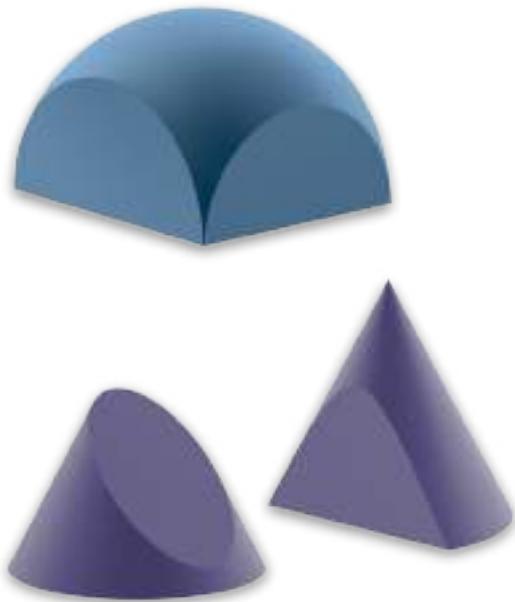
Tačka A na omotaču konusa leži na izvodnici konusa kroz vrh V i na horizontalnoj kružnici r čiji centar (S1) se nalazi na osi konusa VS.

Presjeci oblih geometrijskih tijela i ravni

Presjeci osnovnih oblih geometrijskih tijela (lopta, valjak i konus) sa nekom ravnim presjekom, su krive drugog reda: kružnice, elipse, parabole, hiperbole, pravci koji se sijeku ili su paralelni ukoliko ravnina presjeka zauzimaju specifičan položaj. Ukoliko npr. ravan siječe bazu tijela (valjak ili konus), pod određenim položajem, presjek može biti pravac.

Presječna krivulja u različitim ortogonalnim ili aksonometrijskim projekcijama može se konstruktivno dobiti preko tačaka prodora karakterističnih izvodnica tijela kroz datu ravan presjeka.

Prodorne tačke na krivulji presjeka se mogu dobiti metodom polaganja pomoćnih ravnina koje sijeku tijelo po izvodnicama, čiji prodori kroz presječnu ravan pripadaju krivoj presjeka. Pomoćne ravnine polažu se prvenstveno kroz karakteristične izvodnice oblih tijela, npr. izvodnice u tačkama koje određuju prečnike baze ili u konturnim tačkama.



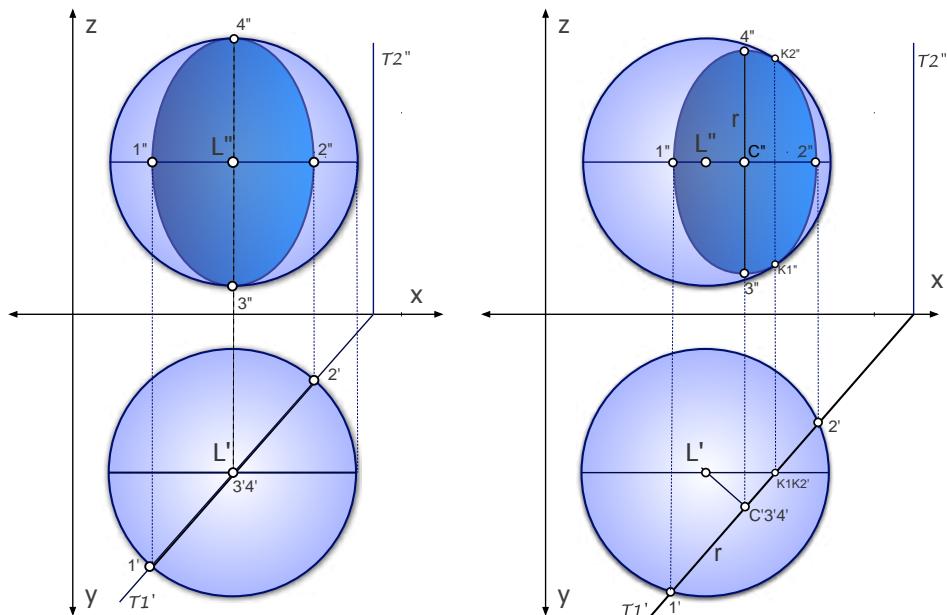
Slika 100.

Presjeci oblih tijela sa ravnim presjekom.

Presjeci lopte i konusa sa ravnim presjekom daju krivulje drugog reda - kružnicu, elipsu i hiperbolu.

Presjek lopte sa ravni

Presjek lopte sa ravni je kružnica. Ukoliko je lopta presječena kroz centar, presječna kružnica ima prečnik jednak prečniku lopte. Presječna kružnica se u projekcijama vidi kao elipsa, kružnica ili prava linija, zavisno od položaja ravni presjeka prema projekcijskim ravnima.



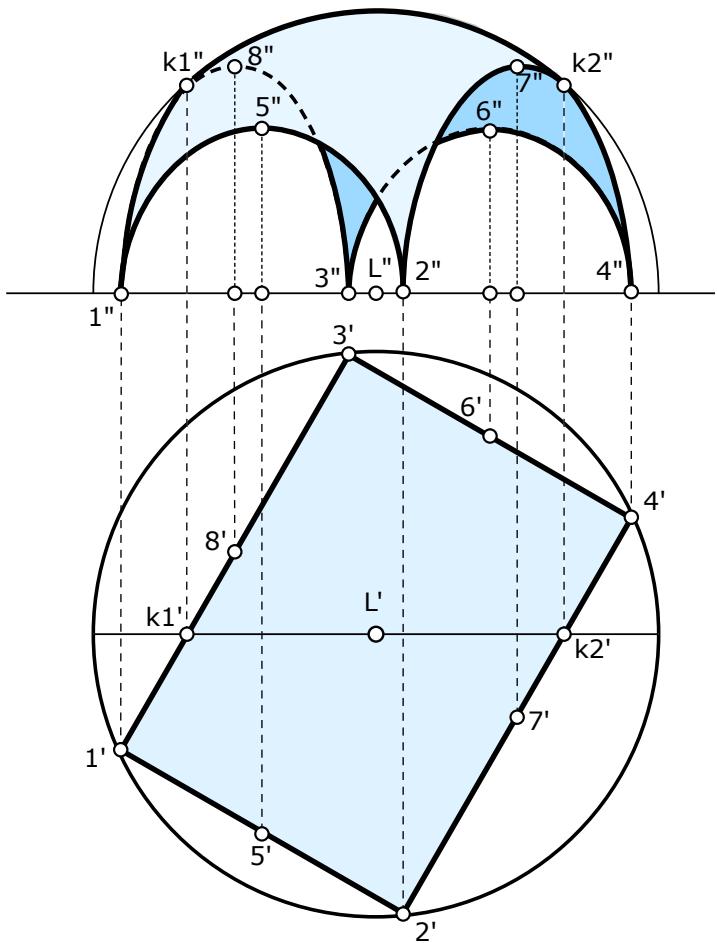
Slika 101.

Presjek lopte sa ravnim koja je normalna na horizontalnu projekcijsku ravan.

Kada ravan siječe loptu kroz njen centar presječna kružnica u drugoj projekciji se vidi kao elipsa, čiji prečnici prolaze centrom lopte. Horizontalni prečnik vidi se u pravoj veličini u prvoj, a vertikalni u drugoj projekciji.

Kada ravan ne prolazi centrom lopte, centar presječne kružnice C je na normali iz centra lopte na datu ravan presjeka u prvoj proj.

Kružnica presjeka dodiruje konturu lopte u drugoj projekciji u konturnim tačkama k1 i k2 koje se mogu odrediti u prvoj projekciji.
(konturni liniji lopte u drugoj projekciji, u prvoj projekciji je linija paralelna osi x kroz centar lopte L')



Slika 102.

Presjek polovine lopte sa 4 vertikalne ravni čiji tragovi u prvoj ortogonalnoj projekciji zaklapaju pravougaonik.

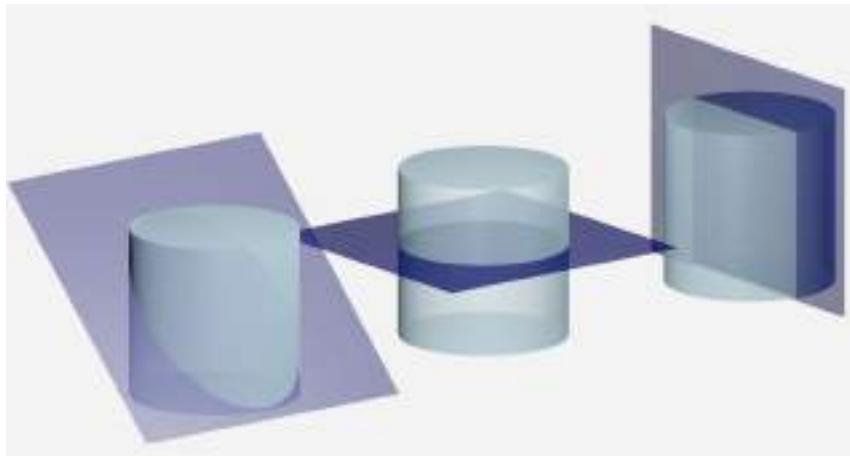
Presjek su četiri polukružnice koje se u prvoj ort. projekciji poklapaju sa tragovima presječnih ravnih. (pravci $1'2'$, $2'4'$, $3'4'$ i $1'3'$ su na tragovima presječnih ravnih i jednaki su prečnicima presječnih kružnica.)

Presječne kružnice vide se kao elipse u drugoj projekciji i dobivene su pomoću prečnika. Vertikalni poluprečnik presječne kružnice u drugoj projekciji je u pravoj veličini i može se očitati iz prve projekcije (npr. vertikalni poluprečnik presječne polukružnice 274 iz centra do tačke $7''$ u drugoj projekciji jednak je poluprečniku kružnice $2'7'$ koji se u prvoj projekciji vidi u pravoj veličini.)

Presjek valjka sa ravni

Presjek rotacionog cilindra (valjka) sa ravni, može biti krug, elipsa ili paralelogram sastavljen od dvije izvodnice valjka i dva pravca presjeka s bazom, ovisno o položaju ravni presjeka.

Kada je ravan presjeka paralelna bazi valjka presjek je kružnica. Ravan normalna na bazu uspravnog valjka, ili paralelna osi valjka, siječe omotač valjka po dvije izvodnice paralelne osi valjka. Za proizvoljno nagnutu ravan u odnosu na osu valjka presjek po omotaču je elipsa.

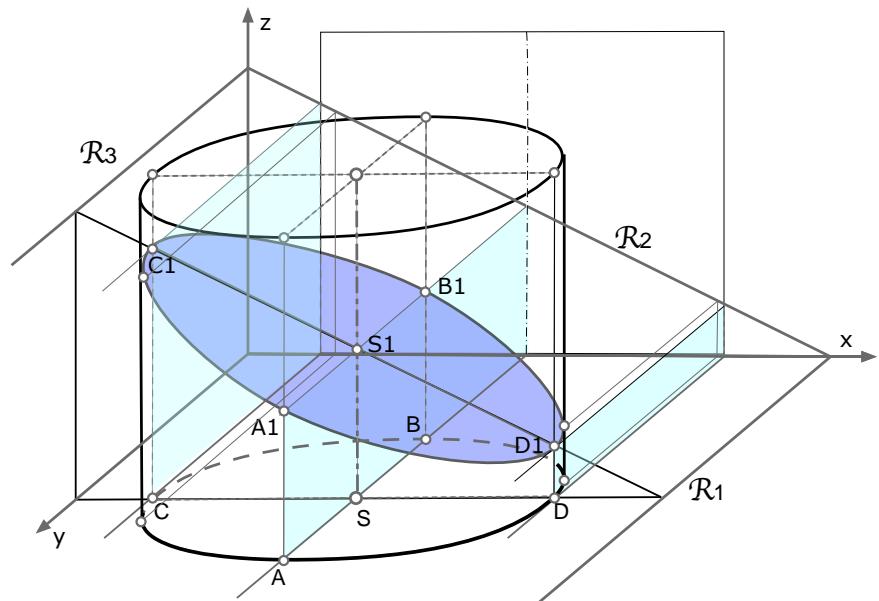


Slika 103.

Presjek rotacionog cilindra sa ravni:

- Ravan nagnuta pod proizvoljnim uglom; presječna kriva je elipsa,
- Ravan paralelna bazi valjka; presječna kriva je kružnica,
- Ravan paralelna okomitoj osi valjka; presjek su dva pravca na omotaču koji zatvaraju paralelogram sa presjecima baza.

Kriva presjeka valjka sa proizvoljnom ravni može se dobiti prodorom karakterističnih izvodnica valjka kroz datu ravan presjeka. Prodori se mogu dobiti postupkom polaganja pomoćnih ravni paralelnih osovini valjka, koje sijeku valjak po izvodnicama paralelnim osovini, a ravan po presječnicama sa pomoćnom ravninom. Tačke prodora su tačke njihovog uzajamnog presjeka.



Slika 104.

Presjek uspravnog valjka sa ravnim R .

Presjek valjka sa ravnim R okomitom na vertikalnu projekcijsku ravan, je elipsa čiji prečnici A_1B_1, C_1D_1 odgovaraju prečnicima baze valjka AB i CD .

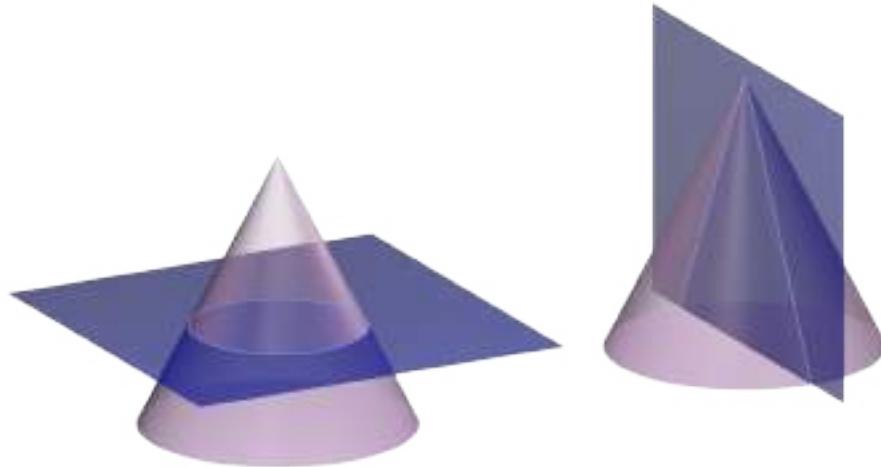
Središte presječne elipse S_1 leži na osovinu valjka. Prečnici presječne elipse dobiveni su povlačenjem pomoćnih ravni kroz tačke na prečnicima AB i CD . Pomoćne ravni su vertikalne i paralelne osovinu valjka, presjecaju valjak po izvodnicama a ravan R paralelno njenom prvom i trećem tragu.

Konusni presjeci sa ravni

Presjek konusa (kupe) sa ravni, leži na njenom omotaču i može biti kružnica, elipsa, hiperbola, parabola, ili se raspada na dva pravca - izvodnice konusa, ovisno o položaju ravni presjeka u odnosu na konus.

Kada je ravan presjeka paralelna bazi rotacionog konusa, presjek konusa i date ravni je slična kružnica.

Kada ravan presjeka prolazi vrhom konusa presjek sa omotačem su dvije izvodnice konusa.



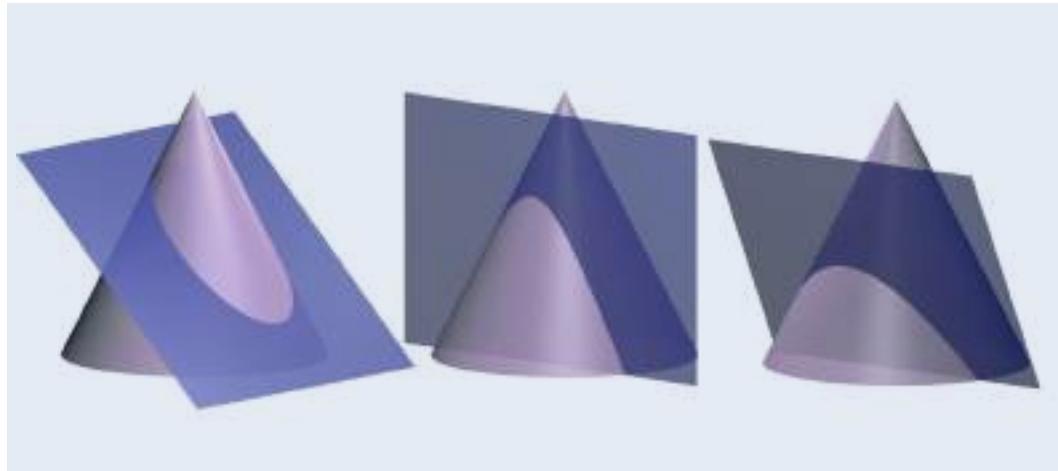
Slika 105.

Konusni presjeci sa ravni:

- Presjek sa ravnim koja je paralelna bazi konusa je kružnica slična kružnici baze.
- Presjek konusa sa ravnim koja prolazi vrhom konusa su dva pravca (izvodnice) konusa.

Kada je ravan presjeka nagnuta pod proizvoljnim uglom i ne siječe bazu ili vrh konusa, presjek je elipsa.

Kada ravan presjeka siječe bazu i ne prolazi vrhom konusa presjek je hiperbola, a za ravan paralelnu jednoj izvodnici konusa presjek je parabola.

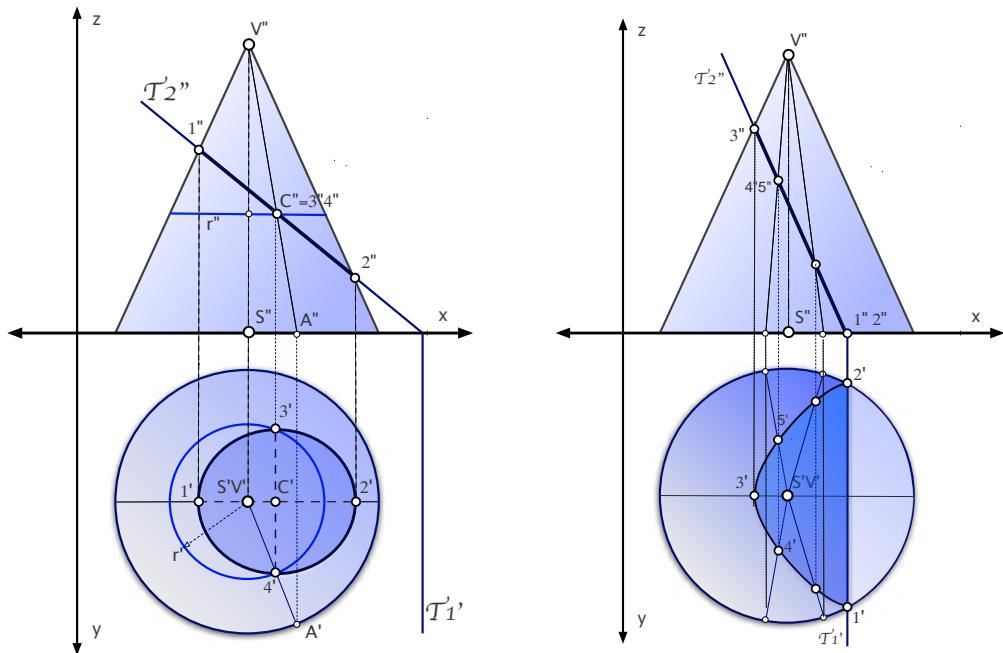


Slika 106.

Konusni presjeci sa ravni:

- Presjek sa proizvoljno nagnutom ravni koja ne siječe bazu ni vrh je elipsa,
- Presjek konusa sa ravni koja siječe bazu i ne prolazi vrhom konusa je hiperbola,
- Presjek konusa sa ravni koja siječe bazu i paralelna je izvodnici konusa je parabola.

Tačke na presječnoj liniji konusa i zadane ravni, mogu se dobiti pomoćnim horizontalnim presječnim kružnicama ili pomoću prodora izvodnica konusa. Kada je ravan presjeka normalna na jednu projekcijsku ravan, u datoј ortogonalnoј projekciji presječna linija je na odgovarajućem tragu ravni.



Slika 107. a), b)

Presjek konusa po elipsi i paraboli u ortogonalnim projekcijama; ravan presjeka je normalna na vertikalnu projekcijsku ravan.

a) Kod konstrukcije presjeka po elipsi dovoljno je naći prečnike elipse - pomoću prodora izvodnica u tačkama na prečnicima ili pomoću presjeka horizontalnim pomoćnim ravnima, koje sijeku konus po kružnicama koje se vide u prvoj veličini u prvoj projekciji, a čiji se poluprečnik može očitati iz druge projekcije.

b) Kod konstrukcije parabole osim tačaka presjeka na bazi i tjemene tačke parabole, može se naći proizvoljan broj tačaka između bazisnih tačaka i tjemena parabole, pomoću prodora izvodnica konusa kroz ravan presjeka.

Prodori oblih geometrijskih tijela

Prodorna kriva dva obla tijela je kontinuirana linija koja je formirana uzajamnim tačkama prodora izvodnica tijela kroz omotač drugog tijela. Prodorna kriva nalazi se na omotaču oba tijela.

Prodorna kriva može biti iz jednog dijela, kada jedno tijelo samo djelomično zadire u drugo ili iz dva dijela kada jedno tijelo potpuno prodire kroz drugo ili ga presijeca na dva dijela. Prodorna kriva iz dva dijela može imati jednu zajedničku tačku kada su dva tijela u položaju gdje se dodiruju po jednoj zajedničkoj ravni.

Slika 108.

Međusobni prodori oblih tijela.

- Prodror konusa i valjka,
- Prodror konusa i lopte,
- Prodror valjka i lopte.

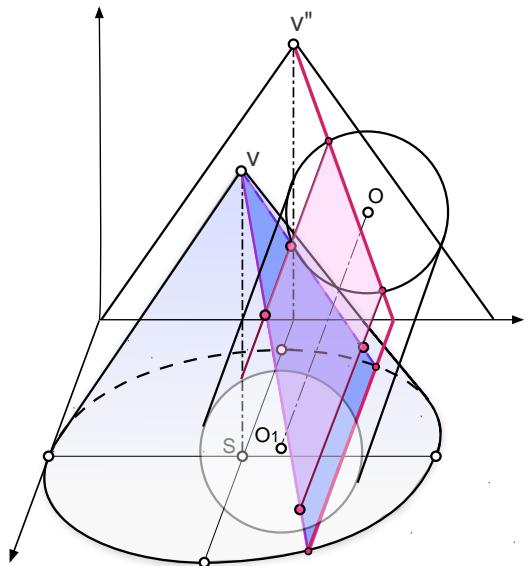


Konstruktivni grafički postupak traženja tačaka uzajamnog prodora dva obla tijela zasniva se na polaganju pomoćnih ravni kojim se sijeku oba tijela. Na uzajamnim presjecima presječnica pomoćnih ravni i dath tijela dobiju se tačke njihovog međusobnog prodora.

Najjednostavnije je naći takav položaj pomoćnih ravni koje sijeku oba tijela po izvodnicama (za prodore valjaka ili konusa) ili po kružnicama (kod prodora konusa ili lopte).

Kod valjka se npr. pomoćne ravni postavljaju paralelno osovini valjka i time su dobivene presječne linije izvodnice valjka, dok se kod konusa pomoćne ravni postavljaju kroz vrh konusa da bi presječnice bile izvodnice konusa koje prolaze njegovim vrhom. Konus se može presijecati i pomoćnim ravnima paralelnim bazi, da bi presječne linije bile kružnice.

Postoje i druge složenije konstruktivne metode traženja tačaka prodora oblih tijela, kao što je metoda pomoćnih lopti, ali o tim metodama zbog praktičnog obima ovog teksta neće biti detaljnijeg opisa.



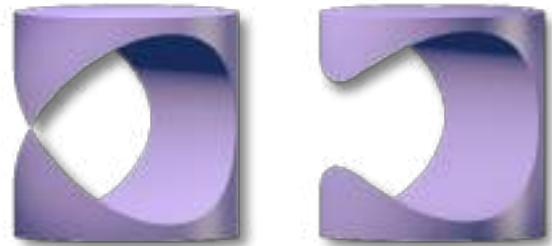
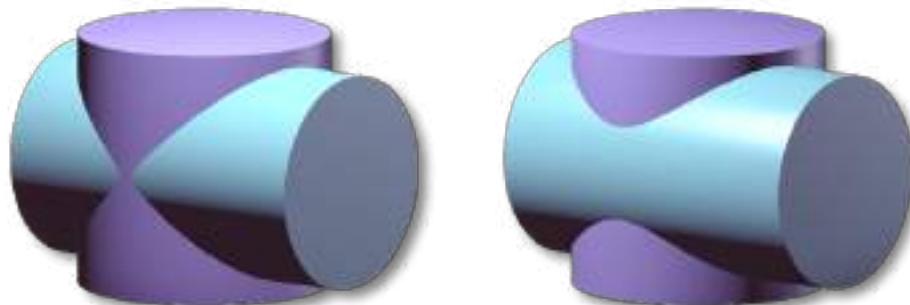
Slika 109.

Postavljanje pomoćnih ravni koje presjecaju dva tijela po izvodnicama.

Za uspravni rotacioni valjak sa bazom u vertikalnoj ravni i uspravni konus sa bazom u horizontalnoj ravni, pomoćna presječna ravan prolazi vrhom konusa i paralelna je osi valjka, odnosno okomita na vertikalnu projekcijsku ravan.

Prodori i zadori dva valjka

Prodorna kriva dva valjka nastaje međusobnim prodorima izvodnica jednog valjka kroz omotač drugog valjka i obrnuto. Prodorna kriva nalazi se na omotaču oba valjka. Prodorna kriva može biti jednodijelna (zador) ili dvodijelna (potpuni prodor). Kada izvodnica jednog valjka dodiruje konturu drugog valjka kriva prodora je dvodijelna sa dvostrukom tačkom prodora.

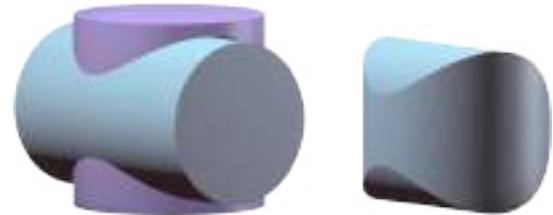
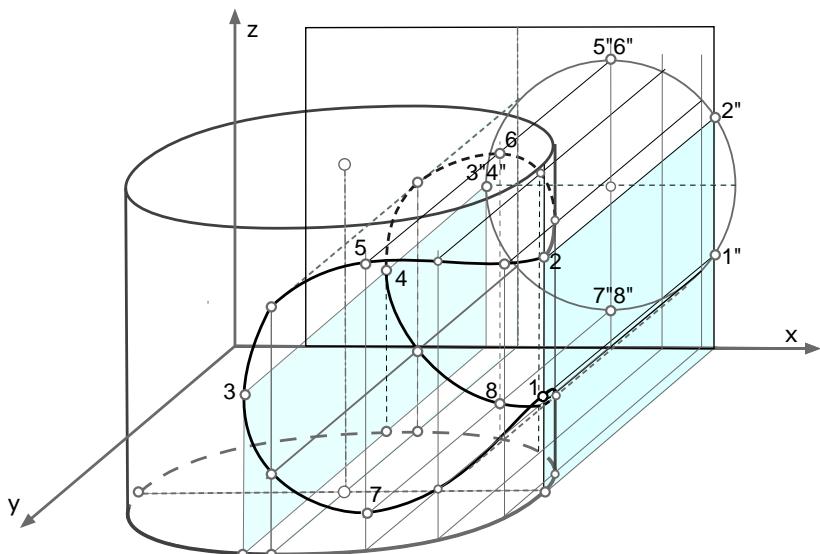


Slika 110.

Međusobni prodor i zador dva valjka.

Dvodijelna kriva prodora sa dvostrukom tačkom i jednodijelna kriva prodora jasnije se vide u gornjem prikazu gdje je izdvojen vertikalni valjak nakon prodora.

Prodorna kriva dva valjka čije su baze u projekcijskim ravnima, može se konstruktivno dobiti presjecanjem oba valjka pomoćnim ravnima paralelnim osama oba valjka, koje sijeku valjke po izvodnicama. Na presjeku dva para izvodnica, (osim u slučaju dodirivanja po konturi valjka kada imamo jednu izvodnicu), nalaze se tačke uzajamnog prodora.



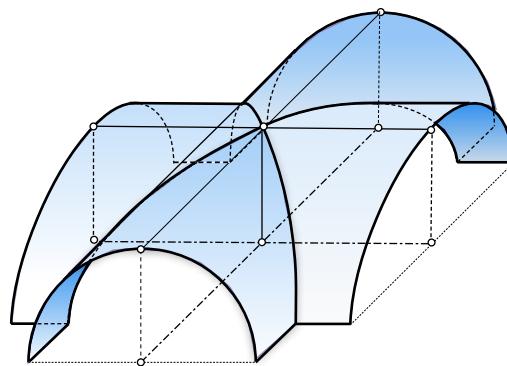
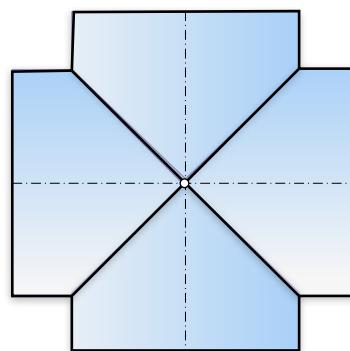
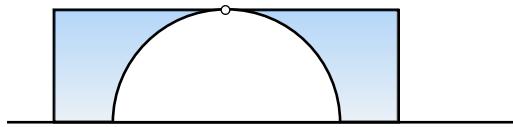
*Slika 111.
Međusobni zador dva valjka.*

Tačke prodorne krive su konstruktivno dobivene na uzajamnim presjecima parova izvodnica koje se nalaze na pomoćnoj presječnoj ravni postavljenoj kroz karakteristične tačke oba valjka (tačke 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8) uz dodatne konturne ili proizvoljne tačke jednog i drugog valjka.

Nakon prodora uklonjen je horizontalni valjak. Jezgro prodora (izdvojeno desno na gornjoj slici) čine prodorna kriva i konturne izvodnice na omotaču valjaka.

Prodorna kriva dva valjka jednakih prečnika, čije se ose sijeku pod pravim uglom, su dvije elipse koje se sijeku u dvije dvostruke tačke.

Ovakav geometrijski objekt osnova je tzv. ukrštenog svoda.



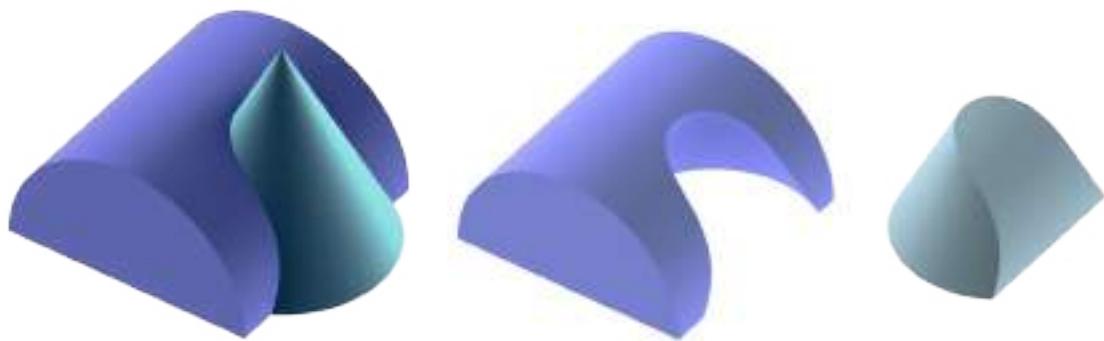
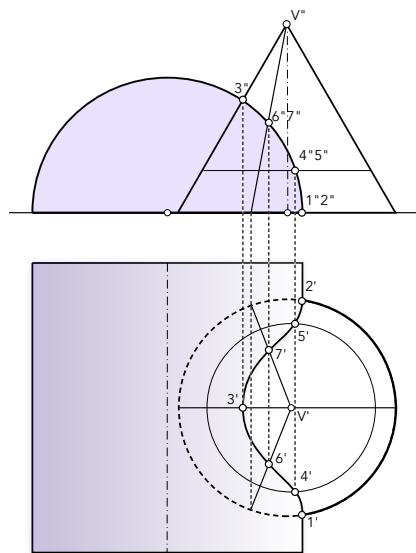
Slika 112.

Međusobni prođor dve polovine valjka jednakih prečnika, čije se ose sijeku pod pravim uglom.

Projekcije prodora u ortogonalnim projekcijama i kosoj projekciji (lijevo).

Prodori i zadori konusa

Prodorna kriva konusa i valjka proizvod je prodora svih izvodnica konusa kroz valjak i obrnuto. Kod valjka su sve izvodnice paralelne, dok kod konusa prolaze vrhom konusa, pa se konstruktivne pomoćne ravni koje sijeku oba tijela po izvodnicama mogu postaviti kroz vrh konusa paralelno osovini valjka. Alternativno pomoćne ravni mogu biti paralelne bazi konusa i osi valjka, gdje sijeku konus po kružnici.



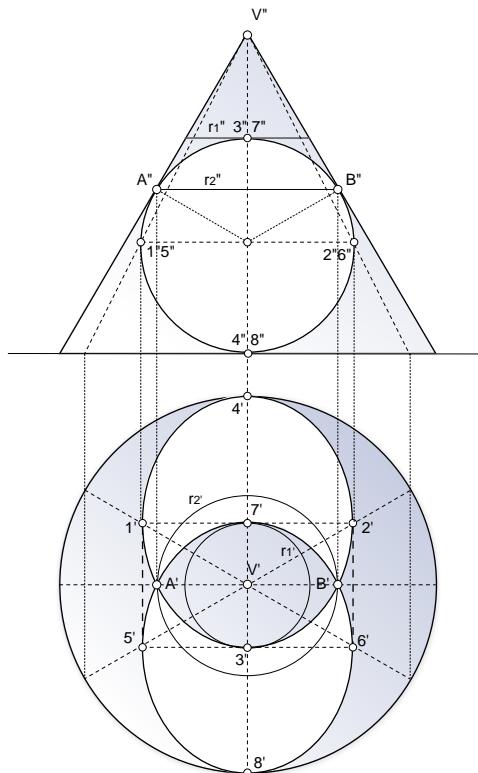
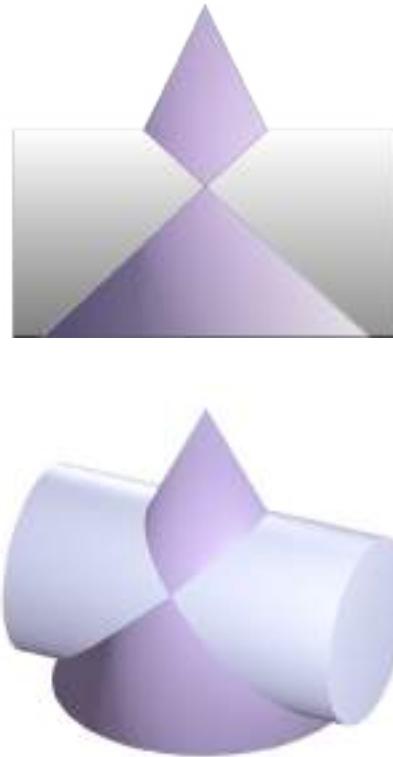
Slika 113.

Međusobni prodor konusa i polovine valjka u ortogonalnim projekcijama i aksonometriji.

Tačke na krivoj prodora (slika lijevo) konstruktivno su dobivene ili pomoću pomoćnih presječnih ravni kroz vrh konusa (tačke 6 i 7) ili presjekom sa horizontalnim pomoćnim ravnima (tačke 4 i 5).

U aksonometriji je prikazan kompozit prodora dva tijela, razlika prodora gdje je zadržan valjak i zajedničko jezgro prodora.

Kada baza valjka dodiruje omotač i bazu konusa, prodorna kriva je dvostruka elipsa. Elipse se sijeku u dvostrukim tačkama prodora na omotaču.



Slika 114.

Međusobni prodror konusa i valjka u ortogonalnim projekcijama i aksonometriji.

Baza uspravnog rotacionog valjka je u vertikalnoj proj. ravni.

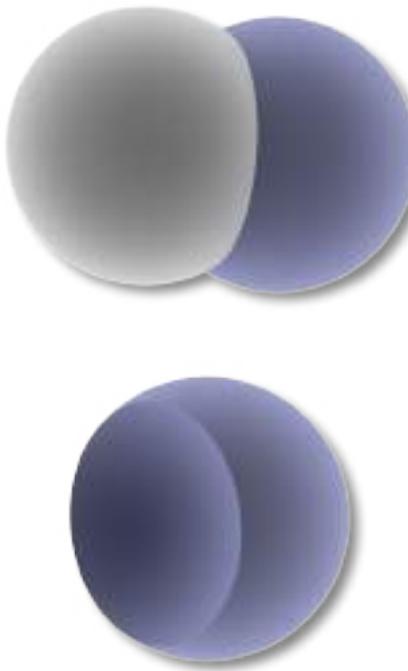
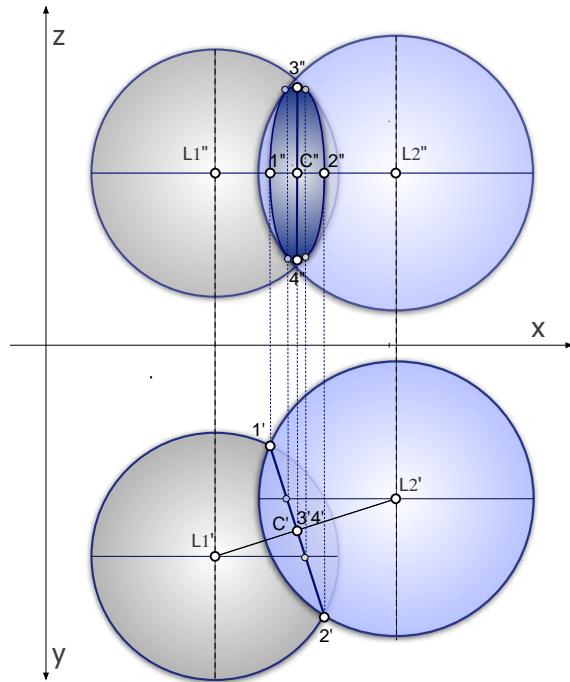
Tačke na prodornoj krivoj mogu se dobiti:

- pomoću horizontalnih presječnih ravnina koje sijeku konus po kružnicama a valjak po izvodnicama (tačke A, B, 3, 7, 4, 8),
- pomoću ravnina koje prolaze vrhom konusa paralelno osi valjka i sijeku i konus i valjak po izvodnicama (tačke 1, 5, 2 i 6).

Dvostrukе tačke krive prodora (A i B) se mogu dobiti povlačenjem normale iz centra valjka na konturne izvodnice konusa, u projekciji na vertikalnu ravan u kojoj je baza valjka.

Prodori lopte

Prodorna kriva dvije lopte je kružnica. Središte prodorne kružnice nalazi se na liniji koja spaja središte lopti.



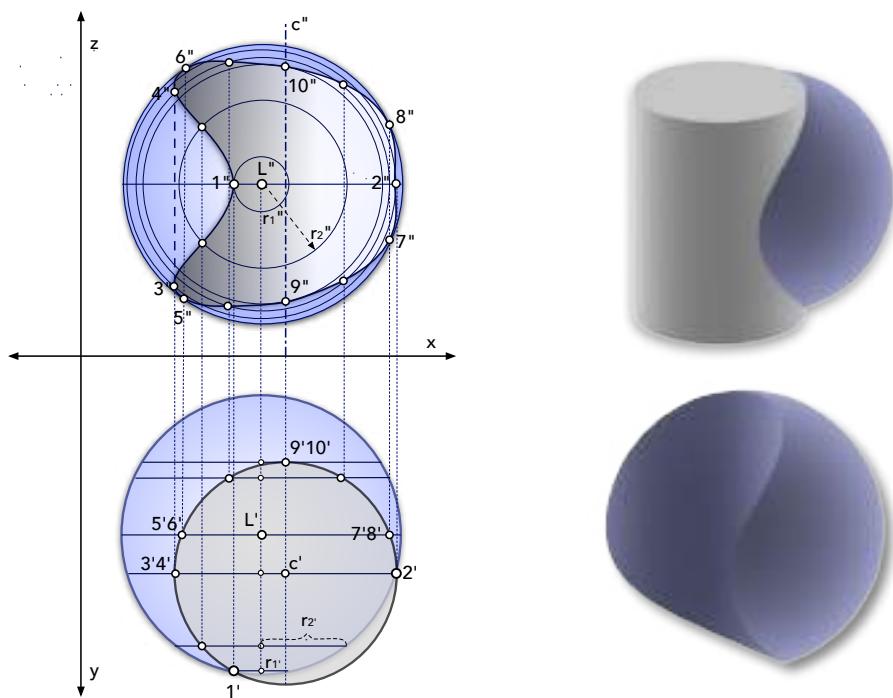
Slika 115.

Međusobni prođor dvije lopte.

Prodorna kružnica se u prvoj ortogonalnoj projekciji vidi kao linija između tačaka 1' i 2'. Centar kružnice C' nalazi se na spojnici središta lopti L₁' i L₂'.

U drugoj ortogonalnoj projekciji prodorna kružnica se vidi kao elipsa, sa središtem u tački C i prečnicima 1''2'' i 3''4''. Vertikalni prečnik 3''4'' je u pravoj veličini i može seочitati u prvoj projekciji u kojoj se horizontalni prečnik kružnice 1'2' vidi u pravoj veličini.

Prodorna kriva lopte i valjka je kriva 4. reda koja može biti jednodijelna ili dvodijelna. Kada baza valjka siječe konturu lope u odgovarajućoj projekciji, prodorna kriva je jednodijelna. Kada baza dodiruje konturu lope u jednoj tački, prodorna kriva je jednodijelna sa dvostrukom tačkom.



Slika 116.

Međusobni prođor lopte sa valjkom.

Prodorna kriva u drugoj projekciji dobivena je pomoću vertikalnih presječnih ravnina, kojim se valjak presjeca po izvodnicama a lopta po kružnicama. Uzajamni presjek izvodnica valjka i presječnih kružnica daje tačke prodora u drugoj projekciji.

Pomoćne presječne ravni postavljene su kroz karakteristične tačke valjka i lopte.

- Tačke 1 i 2 su krajnje tačke prodorne krive u kojim se sijeku kontura lope i valjka u prvoj projekciji.
- Tačke 3 i 4 nalaze se na konturnoj izvodnici valjka.
- Tačke 5, 6, 7 i 8 nalaze se na konturi lope u drugoj projekciji. Pomoćna ravan presjeka prolazi centrom lope u prvoj projekciji.

Aksonometrijski prikaz složenih geometrijskih tijela

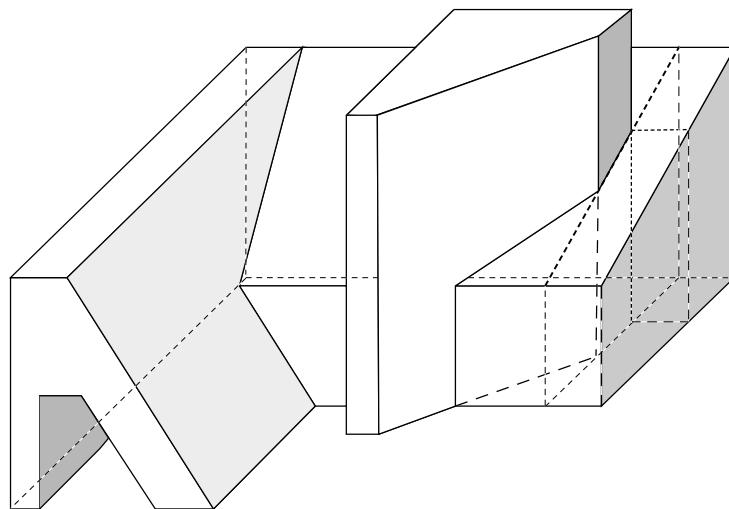
Složena geometrijska tijela mogu se definisati kao kombinacija i međusobno presijecanje i prodor jednostavnijih geometrijskih elemenata i tijela. U trodimenzionalnoj aksonometrijskoj prezentaciji, kada su date ortogonalne projekcije tijela, postupak konstruisanja aksonometrijske projekcije - kose projekcije, izometrije ili ostalih tipova aksonometrije, zasniva se na različitim pristupima.

Postupak konstrukcije aksonometrijske projekcije kojom se dobiva trodimenzionalni prikaz objekta može biti zasnovan na pojednostavljenoj geometrijskoj konturi objekta u koju se nakon toga unose detalji.

Kod crtanja kose projekcije, u jednoj projekciji na projekcijskoj ravni uglovi i veličine ostaju neizmijenjeni i bez skraćenja, pa se prvo nanosi ta projekcija, a zatim ostale projekcije iz kojih se podižu baze ili ivice prostornog objekta iz njihovih projekcija na projekcijske ravni.

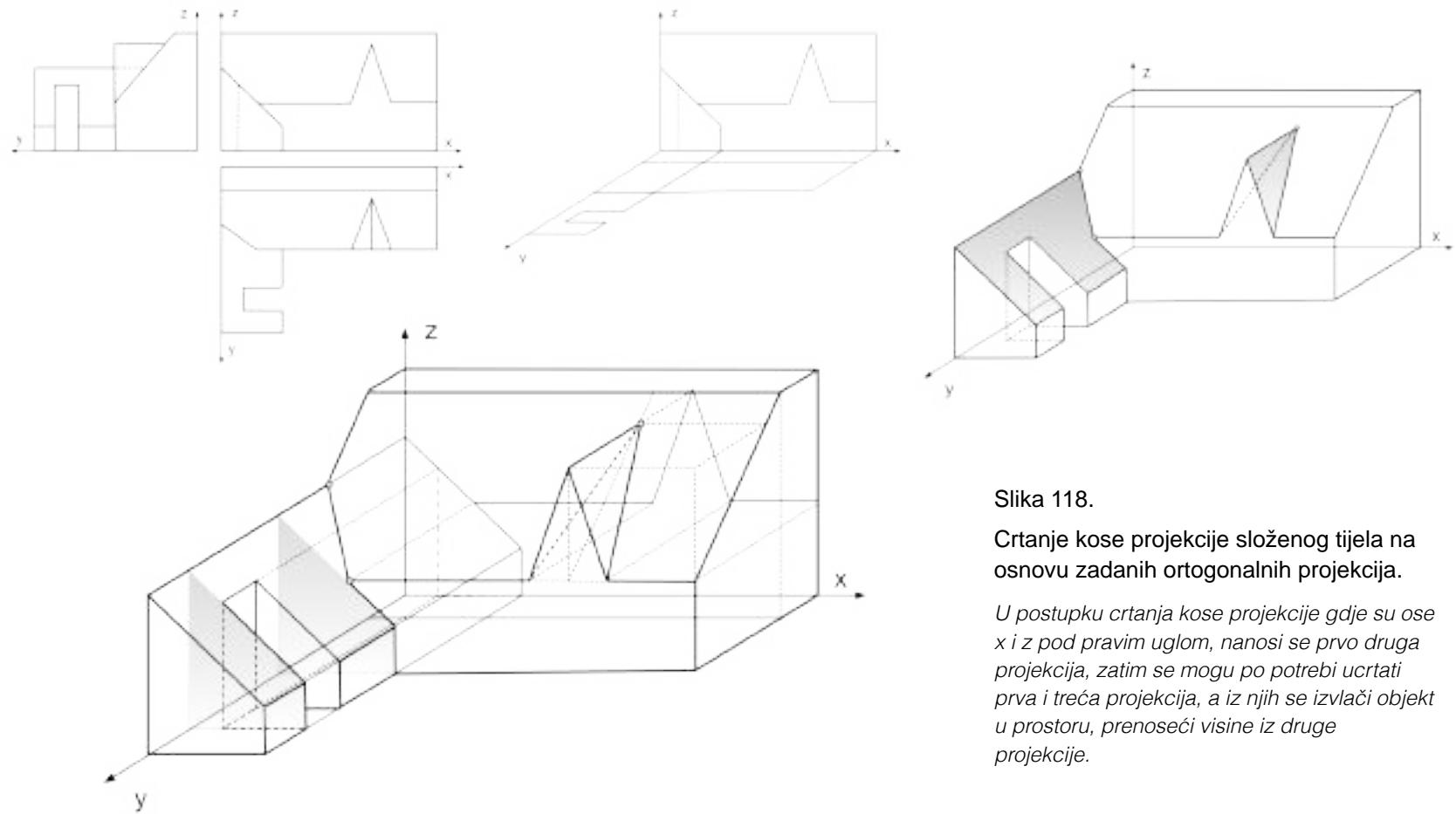
Prodori i zadori kombiniranih rogljastih tijela

Kombinirana i složena rogljasta tijela nastaju kao rezultanta uzajamnih presjeka i prodora njihovih površina i ivica. Konstruktivni postupak može se zasnovati i na postavljanju dodatnih pomoćnih ravni u cilju dobivanja prodora određenih ivica. Presječnice jedne ravni sa paralelnim ravnima uvijek su međusobno paralelne.



Slika 117.

Međusobni prodori kombiniranih rogljastih tijela u kosoj projekciji.



Slika 118.

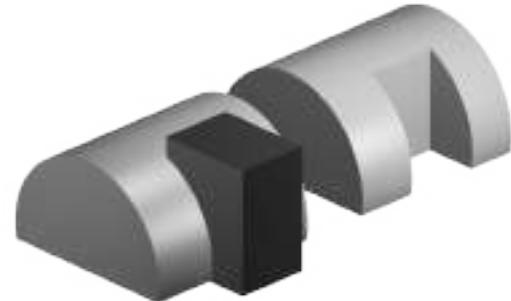
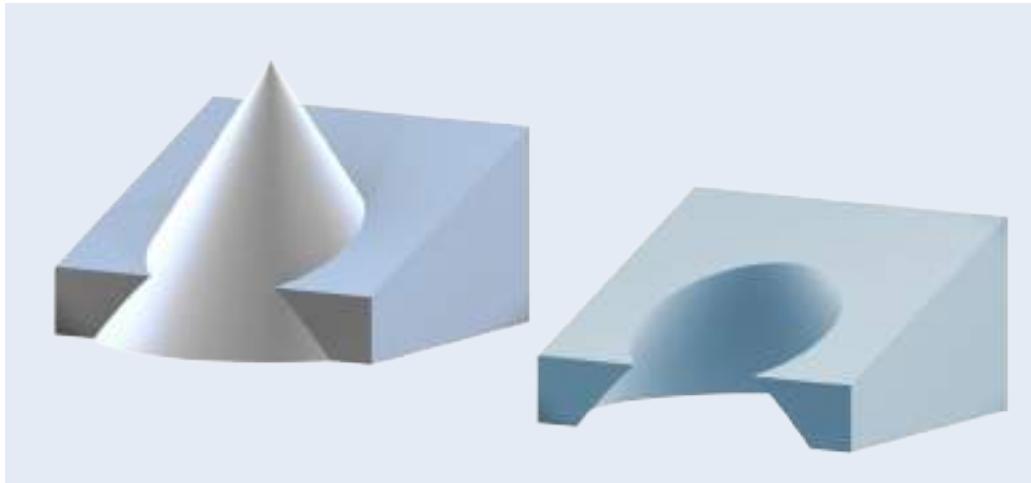
Crtanje kose projekcije složenog tijela na osnovu zadanih ortogonalnih projekcija.

U postupku crtanja kose projekcije gdje su ose x i z pod pravim ugлом, nanosi se prvo druga projekcija, zatim se mogu po potrebi ucrtati prva i treća projekcija, a iz njih se izvlači objekt u prostoru, prenoseći visine iz druge projekcije.

Prodori i zadori rogljastih i oblih tijela

Kombinirani prodori rogljastih i oblih tijela nastaju kao rezultanta uzajamnih presjeka njihovih ravnih i zakrivljenih površina.

Prodorna linija sastoji se od kombinacije krivulja i pravaca, dajući složenu liniju prodora.



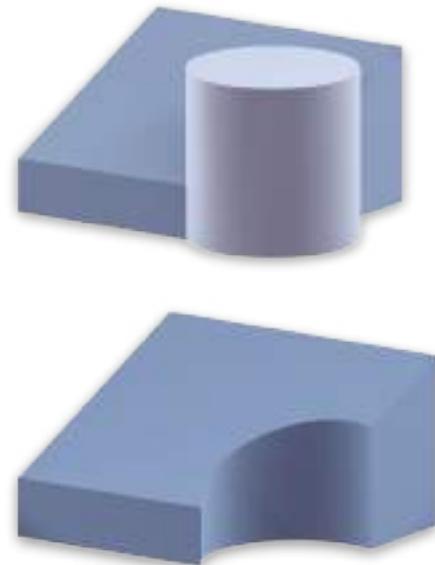
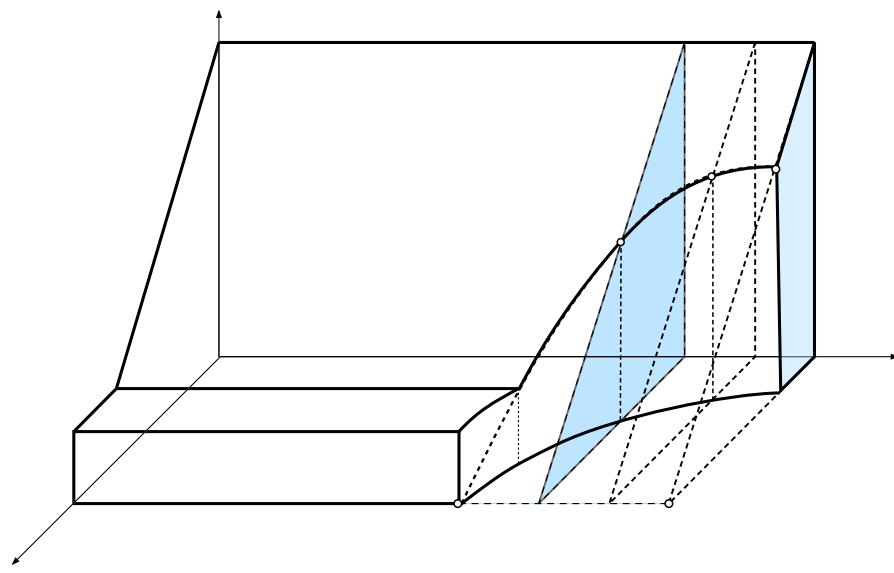
Slika 119.

Međusobni prodori kombiniranih rogljastih i oblih tijela:

- prodor uspravne četverostrane prizme i polovine valjka (gore),
- prodor četverostrane prizme i konusa (lijevo).

Nakon prodora uklonjeno je jedno tijelo, a linija prodora vidljiva je na drugom tijelu.

Konstruktivni grafički postupak prodora rogljastih i oblih tijela može se zasnivati na postavljanju dodatnih pomoćnih presječnih ravni u cilju dobivanja prodornih tačaka određenih ivica ili izvodnica oblih tijela, koje definiraju prodornu odnosno presječnu krivu.

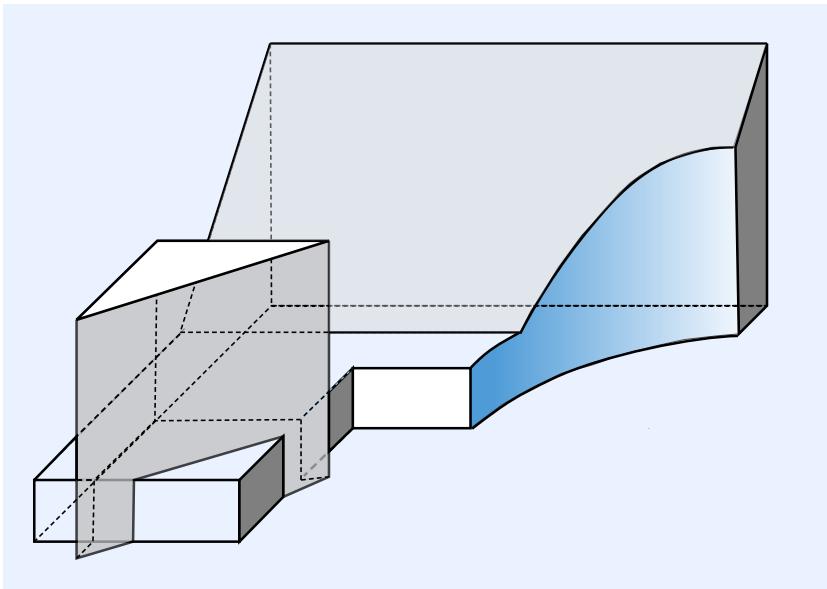


Slika 120.
Međusobni prodor prizmatičnog tijela i valjka.

Presječna linija omotača valjka i nagnute površi prizme može se dobiti postavljanjem niza pomoćnih ravni koje sijeku oba tijela - valjak po izvodnici a površinu prizme po liniji paralelnoj odgovarajućoj ivici baze.

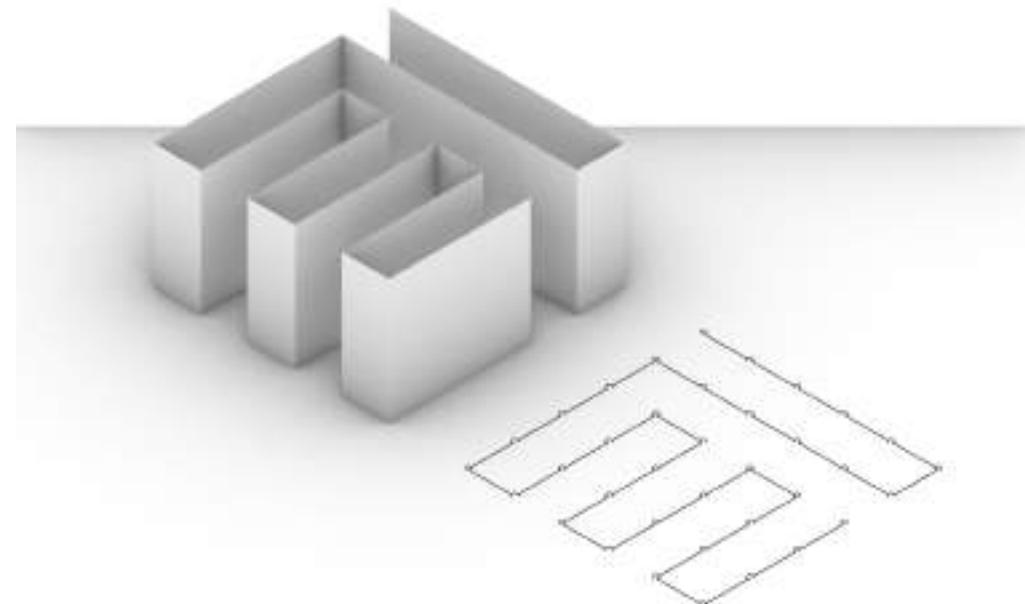
Slika 121.

Međusobni prodori kombiniranih geometrijskih tijela u kosoj projekciji i izometriji.



3

RAČUNARSKA GRAFIKA I GEOMETRIJSKO MODELIRANJE



3.1.

RAČUNARSKA GRAFIKA

Pod generalnim nazivom "računarska grafika" obuhvaćene su različite programske funkcije i primjena računara u oblasti grafičkog prikazivanja, oblikovanja i projektovanja. Zajednička osnova svih aspekata primjene računarske grafike je produkcija slike pomoću digitalne računarske tehnike, koja može biti reprodukovana u digitalnom ili materijalnom mediju.

Računarska grafika obuhvata produkciju, prenošenje, obradu, pohranjivanje i prezentaciju vizualnih informacija kao slika. Područja primjene računarske grafike su danas sve šira, obuhvatajući oblasti nauke i tehnike, projektovanja i dizajna, umjetnosti, edukacije i zabave.

Razvoj računarske grafike

Razvoj računarske grafike u oblastima inženjerstva i tehnike u začetku je bio usmjeren ka zamjeni mehaničkog postupka tehničkog crtanja i dokumentiranja. Računarski podržana izrada crteža omogućava preciznost izrade slike i kontrolu elemenata slike, oslobođena nekih postupaka manuelne konstrukcije, zatim lakoću pohranjivanja mnoštva podataka vezanih uz produkciju slike kao i različite mogućnosti i načine njene obrade, reprodukcije i umnožavanja, uz pomoć računarskih programa za izradu i obradu različitih vrsta slike.

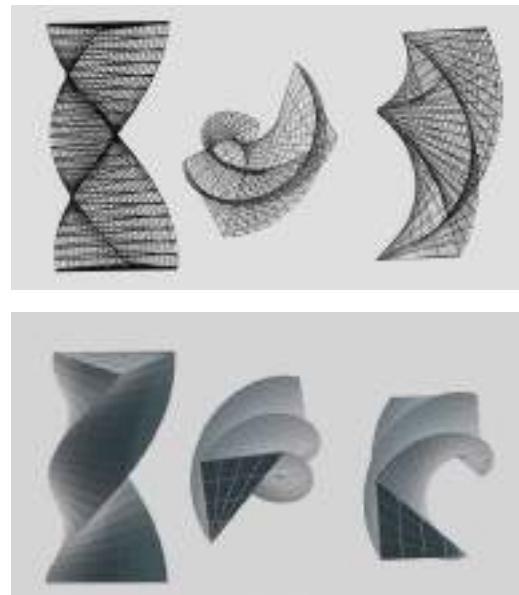
Računarska grafika sve više nadilazi svoje prvobitne slikovne grafičke okvire i stapa se sa oblastima geometrijskog modeliranja, računarskog programiranja i informacijskog modeliranja.

Računarska grafika ne obuhvata samo izradu crteža već izradu informacijskih modela koji nisu samo podloga za vizualizaciju nekog prostornog objekta ili sistema kroz 2D ili 3D vizualne prikaze, već postaju osnova za analizu i simulaciju određenih svojstava, ne samo prostornih, vizualnih i oblikovnih, već fizikalnih i materijalnih.

Računarska grafika razvija se u drugoj polovini 20. stoljeća paralelno sa razvojem informacijskih tehnologija. Primjena računarske tehnologije u oblasti grafičke vizualne komunikacije i tehničke dokumentacije, zasniva se kako na razvoju računarske opreme (hardvera) tako i na paralelnom razvoju programske podrške (softvera).

Interaktivna računarska grafika razvija se u 60-tim godinama 20. stoljeća, kao interaktivni računarski grafički sistem, koji omogućava aktivnu kreaciju slike u realnom vremenu pomoću unošenja podataka koji mogu biti prezentirani i reprodukovani kao vizualne informacije kroz digitalni medij.

Računarska tehnologija omogućava interaktivno prostorno modeliranje i grafičku vizualizaciju, nadilazeći neka ograničenja ručno rađenih crteža koji su bili osnova tehničke grafičke komunikacije, pružajući ne samo povećanu preciznost 2D i 3D crteža, već i njihovu bolju koordinaciju i povezanost svih vidova prostorne reprezentacije.



Slika 122.

Geometrijska forma modelirana računarskom CAD tehnikom i vizualizirana računarskom grafikom.

Razvoj računarske grafike zasnovan je na razvoju adekvatne tehničke računarske opreme i programskog operativnog i aplikativnog sistema (softvera). Tek sa širom upotrebom desktop PC računara od 80-tih godina 20. stoljeća, razvija se i šira primjena različitih programskih paketa za računarsku grafiku i modeliranje.

Potrebno je napomenuti da je računarska grafika izuzetno zahtjevna oblast informacijske tehnologije, kako u smislu tehničkih performansi opreme - hardvera, tako i sofisticiranosti programskog softvera.

Iz oblasti računarske grafike proistekla je oblast računarski podržanog dizajna (engl. Computer Aided Design - skr. CAD), koja obuhvata računarsko modeliranje i kreiranje objekata u 3D računarskom digitalnom prostoru, njihovu dokumentaciju i vizualizaciju.

Uz oblast CAD-a razvijaju se i oblasti računarski podržane proizvodnje (Computer Aided Manufacturing - CAM) i informacijsko modeliranje građevina (Building Information Modeling - BIM), koje dobivaju značajnu ulogu u oblastima inženjerstva, arhitekture i dizajna.



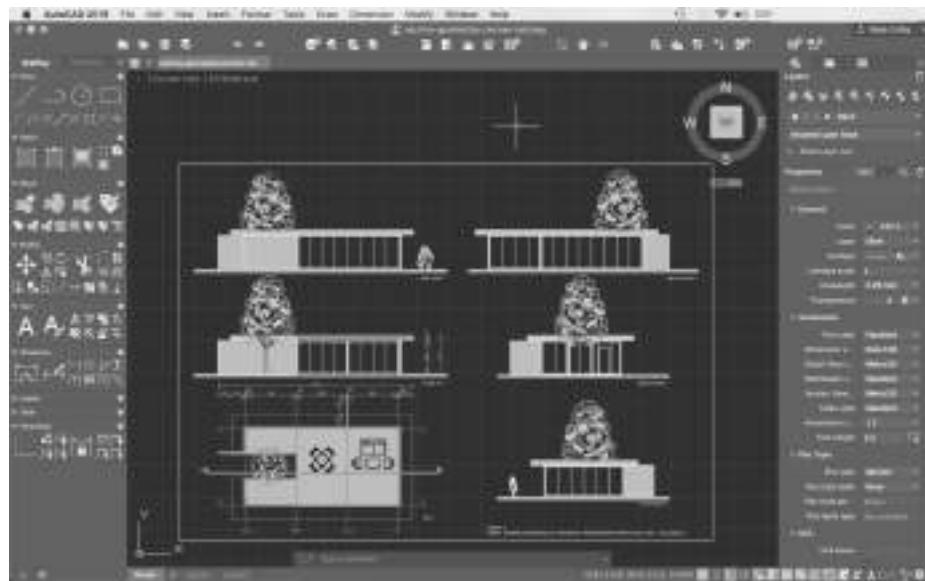
Slika 123.

Računarska oprema - integrисани desktop računar, sa tipkovnicom i mišem.

Računarska sala Arhitektonskog fakulteta u Sarajevu.

Najznačajniji su u začetku razvoja računarske grafike i CAD-a softveri AutoCAD kao prvi vodeći 2D Cad softver i CATIA kao prvi 3D softver. Razvijaju se ubrzo i drugi softverski grafički paketi kao CorelDraw, Adobe Photoshop, zatim 3DStudioMax, Maya, ArchiCad...

Svaki od softverskih CAD paketa ima svoje specifično područje primjene u oblasti računarske grafike i modeliranja.

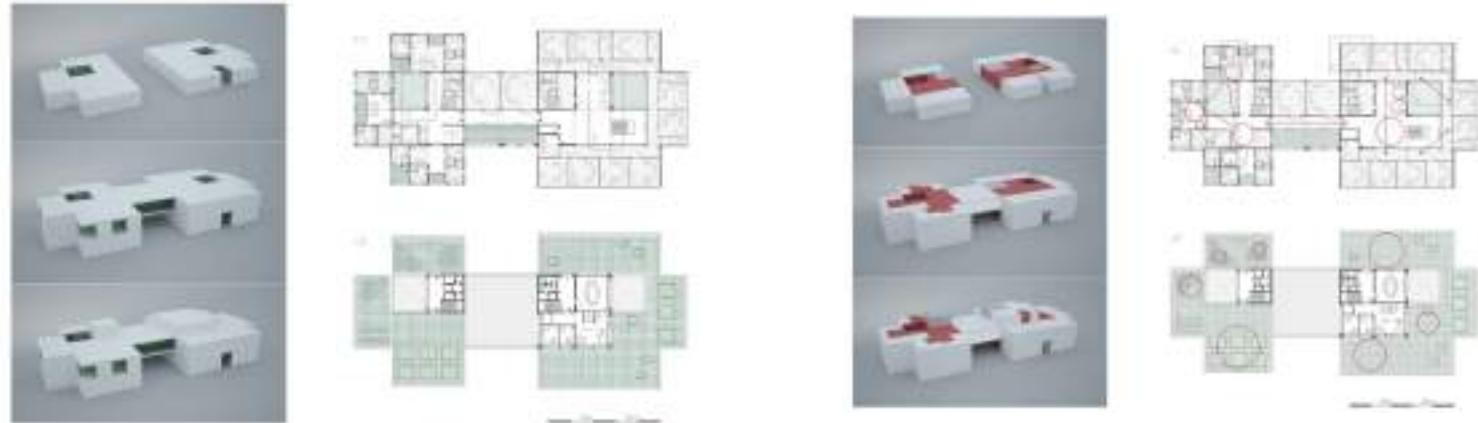


Slika 124.

Prikaz korisničkog interaktivnog prozora softvera za 2D računarsku grafiku i 3D modeliranje - AutoCAD.

Računarska grafika omogućava interaktivno crtanje i računarski podržano projektovanje, što joj je dalo poseban značaj u oblasti inženjerstva, arhitekture i dizajna. Omogućena je povećana preciznost crteža, bolja usklađenost i povezanost svih vidova grafičke reprezentacije u različitim fazama projekta, kao i brži i efikasniji analitički pristup projektu.

Slojevit i koordiniran pristup relevantnim aspektima projekta koji omogućava primjena računarskih grafičkih sistema, daje bolji uvid i omogućava efikasnu koordinaciju svim učesnicima projekta i njegove izvedbe.



Slika 125.

Arhitektonske analize i vizualizacija projekta u računarskoj grafici.

Diplomski rad studentice Arhitektonskog fakulteta u Sarajevu, Sabina Bakal.

Računarsko modeliranje i grafika postali su standardno sredstvo arhitektonske prezentacije i vizualizacije. Računarska grafika omogućava vizualnu prezentaciju kreiranih objekata u različitim fazama projekta, od apstraktnijih modela do foto-realističnih prikaza, koji obuhvataju svjetlosne efekte, boje i teksture, te obradu pozadine na slici.



Slika 126.

Arhitektonska vizualizacija u računarskoj grafici.

Rad studenta Arhitektonskog fakulteta u Sarajevu, Benjamin Bojanić.

Računarska grafika samo je jedan segment primjene digitalne računarske informacijske tehnologije u produkciji i obradi slike i ne možemo je u potpunosti odvojiti od ostalih oblasti - digitalne obrade numeričkih podataka, obrade teksta i animirane slike i zvuka.

Integracijom svih segmenata digitalnog informacijskog prostora nastaje virtualni informacijski prostor, u kome se odvijaju mnoge aktivnosti savremenog društva, ekonomskog, kulturnog i socijalnog karaktera.

Virtualna realnost obuhvata integraciju dinamičke 3D grafike i multimedija kao interaktivni virtualni grafički prostor. Razvoj od interaktivne grafike do virtualne realnosti i inteligentnih računarskih modela, u periodu od sredine 20. do početka 21. stoljeća, omogućen je kroz razvoj odgovarajuće tehnologije i programskih sistema.

Računarska grafika danas postaje integrisana sa različitim aspektima i fazama dizajna, materijalizacije, održavanja i umrežavanja svih informacija o nekom objektu, postajući dijelom oblasti informacijskog modeliranja. Digitalni informacijski modeli postaju osnova planiranja, izvođenja i kontrole proizvodnje dizajniranog objekta, njegovog održavanja i optimalizacije upotrebe.

Digitalna slika - rasterska i vektorska grafika

Dva osnovna tipa digitalizirane slike su rasterska i vektorska grafika.

Rasterska grafika zasniva se na podjeli i redukciji slike na najmanje dijelove - pixele. Brojna veličina pixela definira rezoluciju slike.

Rezolucija slike je vrijednost ovisna o broju pixela i može se predstaviti kao mreža horizontalnih i vertikalnih polja boje na nekom grafičkom mediju - ekranu ili papiru.

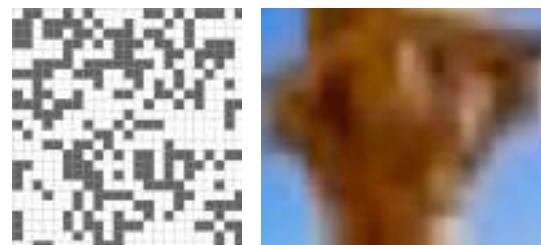
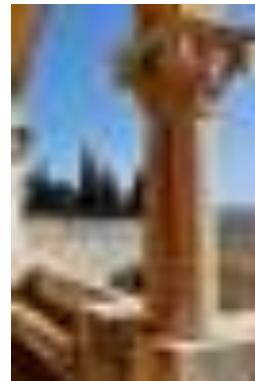
Rasterska grafika naziva se i "bitmap" grafika, kao mapa bitova koji definiraju boje, pa tako imamo 8 bitnu, 16 bitnu ili 24 bitnu grafiku, čime se označava dubinska kvaliteta nijansi boja na slici. Jedan piksel može imati samo jedan bit u slučaju crno-bijele slike ili više bitova za multikolor slike. Pixeli pohranjuju informacije o boji i svjetlini područja slike.

Za uštedu memorije koriste se različiti načini kompresije digitalne slike. Nekomprimisana rasterska grafika pohranjuje se u BMP (bitmap) formatu. U ovisnosti o načinu kompresije imamo različite formate slike od kojih su najčešće korišteni : JPG, GIF, TIFF, PNG.

Rasterska grafika

U slučaju rasterske grafike povećanjem veličine slike pixeli kao kvadratne jedinice slike postaju sve vidljiviji. Slike sa većom rezolucijom imaju veću mogućnost povećavanja bez gubljenja kvaliteta slike. Veća rezolucija slike znači i veću potrebnu memoriju odnosno povećava obim datoteke slike.

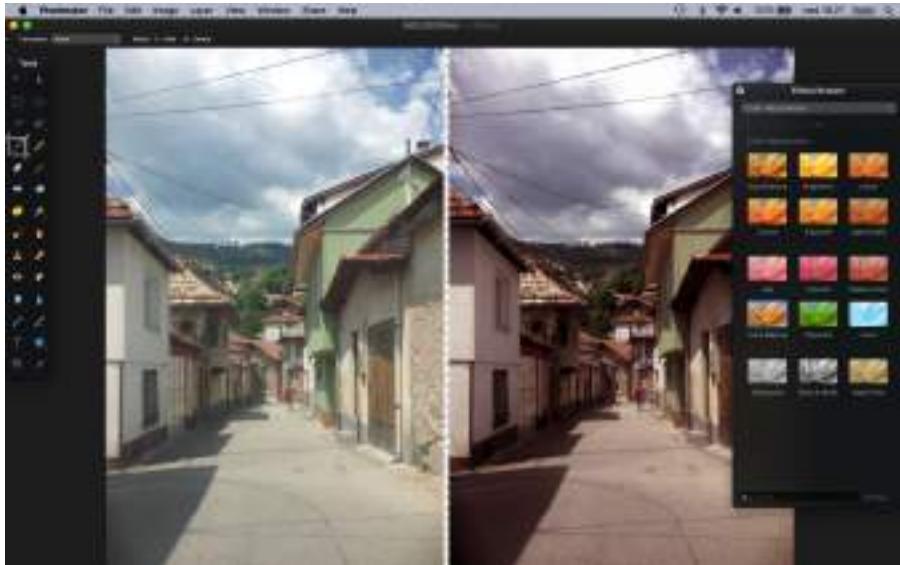
Najpoznatiji rasterski grafički komercijalni računarski program (engl. software) je Adobe Photoshop, zatim Microsoft Paint i Microsoft Photo Editor, Corel Photo-Paint, Macromedia Fireworks i drugi, a od besplatnih programa mogu se pomenuti Picasa i Gimp.



Slika 127.

Digitalna fotografija u rasterskoj grafici - različiti nivoi rezolucije slike.

Pomoću rasterskih grafičkih programa mogu se mijenjati mnogi parametri slike, kako u cjelini tako i dijelova ili nivoa (engl. layers) slike: od svjetline i kontrasta, do boja i njihovih tonova, uz mogućnosti izrezivanja, nanošenja ili izmjene tekstura i boja, mijenjanja pozadine, transparentnosti, rezolucije i veličine slike i mnogih drugih efekata.



Slika 128.

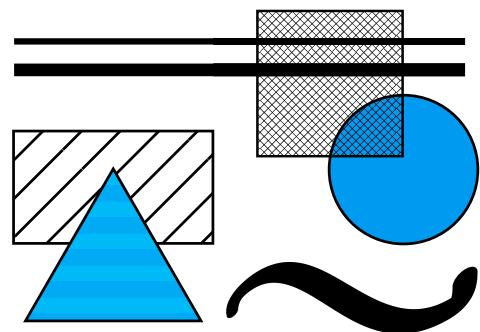
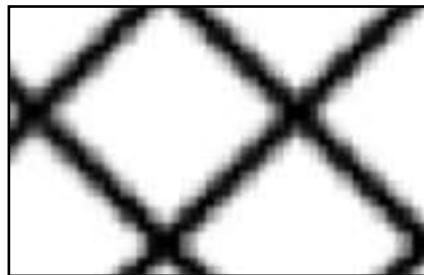
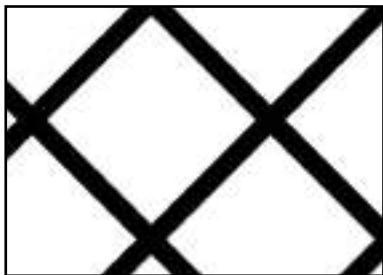
Obrada i uređivanje rasterskih slika u grafičkom programu za obradu slika.

Vektorska grafika

Vektorska grafika bazirana je na matematičkoj podlozi i vektorskoj algebri koja definira način iscrtavanja osnovnih elemenata slike kao geometrijskih objekata - tačaka, linija i figura.

Vektorski objekti slike su definirani svojstvima kao što su koordinate tačaka, veličina i smjer vektora, debljina i boja linija. Vektorska grafika pogodna je za definiranje geometrijskih objekata kao što su npr. zakrivljene linije.

U vektorskoj grafici zadržavaju se kvalitete slike bez obzira na skalu povećanja, jer vektorski definirani objekti slike zauzimaju manje memorije uz zadržavanje visoke kvalitete i jasnoće.



Slika 129.

Vektorska grafika.

Razlika u rezoluciji slike u vektorskoj (lijevo) i rasterskoj grafici (desno).

Vektorska grafika je pogodna za tehničku grafičku reprezentaciju, jer omogućava precizno geometrijsko modeliranje i različite geometrijske operacije koje obuhvataju translaciju, rotaciju, skaliranje, affine transformacije i niz drugih geometrijskih transformacija objekata slike. Vektorska grafika dijeli se na dvodimenzionalnu (2D) i trodimenzionalnu (3D) grafiku.

2D grafika izrađena je interaktivnim grafičkim postupcima kao dvodimenzionalna slika koja se može obradivati i pohranjivati u određenom formatu.

3D grafika obuhvata kompletno modeliranje objekta u digitalno definiranom koordinatnom prostornom sistemu, sa determinacijom 3D geometrije iz koje se mogu dobiti različiti dvodimenzionalni grafički prikazi.

Standardni univerzalni formati vektorske grafike su WMF (Windows Meta File), CGM (Computer Graphics Metafile), SVG (Scalable Vector Graphics), EPS (Encapsulated PostScript), SWF (Shockwave Flash), PDF (Portable Document Format), uz specifične formate CDR (CorelDraw), DWG (AutoCAD), AI (Adobe Illustrator).



Slika 130.

Trodimenzionalni prikaz tijela u 2D vektorskoj grafici - Penroseov trokut ili nemogući trougao.

Dvodimenzionalna (2D) grafika može se koristiti za trodimenzionalni grafički prikaz nekog objekta, ali se ne tretira kao 3D grafika jer je limitirana samo datim prikazom.

Za razliku od 2D grafike iz 3D grafičkog modela moguće je dobiti više različitih tipova i položaja grafičkih prikaza jednog modeliranog objekta.

Vektorska grafika se može naći i u kombinaciji s rasterskom grafikom. Primjena vektorske grafike je osnova CAD-a (računarski podržanog dizajna). Vektorska grafika primijenjena je u geometrijskom modeliranju u okviru CAD programa, koje može biti zasnovano na dvodimenzionalnoj grafici (2D) ili trodimenzionalnom modeliranju (3D).

Najpoznatiji vektorski grafički komercijalni računarski program (softver) je AutoCAD (2D i 3D), zatim se kao značajnije zastupljeni mogu pomenuti Adobe Illustrator (2D), Corel Draw (2D), 3D StudioMax (3D), SketchUp (3D), Revit (3D i BIM), ArchiCAD (3D i BIM), Vectorworks (3D i BIM), Solidworks (3D), MicroStation (3D), ProgeCAD (3D), Allplan (3D i BIM), Rhinoceros (3D), Maya (3D), CATIA (3D) i drugi.

Mnogi od komercijalnih programa kao npr. AutoCAD ili ArchiCAD imaju dostupne besplatne edukativne verzije programa.

Od besplatnih 2D i 3D programa mogu se navesti LibreCAD (2D), FreeCAD (3D) i Blender (3D).



Slika 131.

Komercijalni i besplatni računarski programi za vektorskiju grafiku i CAD (ikonički logo).

- AutoCAD, ArchiCAD, SketchUp,
- LibreCAD, Blender.

3.2.

GEOMETRIJSKO MODELIRANJE I CAD

Računarska grafika primijenjena u tehničkim oblastima inženjerstva a posebno arhitekture i dizajna, oslanja se pretežno na vektorsku grafiku koja omogućava precizno modeliranje u digitalnom informacijskom prostoru. Modeliranje u računarskoj grafici je geometrijsko opisivanje 2D ili 3D objekata, iz koga je moguće kreirati slike objekata kroz postupak iscrtavanja (engl. "rendering") slike na osnovu modela.

Prostorno modeliranje bazirano na geometrijskim osnovama u informatičkom dobu postaje integrисано sa različitim analitičkim i proizvodnijskim informacijskim modelima. Osnova informacijskih modela je 3D geometrijski objekt, koji kroz savremene informacijske modele dobiva nove dimenzije.

Uz razvoj računarske grafike, informacijskog modeliranja i njihove primjene u različitim oblastima, istaknute su slijedeće tehnike poznate po kraticama izvedenim iz originalnih naziva na engleskom jeziku:

- **CAD** (Computer Aided Design) - Računarski pomognuto projektovanje.
- **CADD** (Computer Aided Design and Drafting) - Računarski pomognuto projektovanje i crtanje.
- **CAE** (Computer Aided Engineering) - Računarski pomognuto inženjerstvo.
- **CAM** (Computer Aided Manufacturing) - Računarom pomognuta proizvodnja i računarsko upravljanje procesom proizvodnje.
- **BIM** (Building Information Modeling) - Informacijsko modeliranje zgrada i građenja.
- **GIS** (Geographical Information Systems) - Geografski informacijski sistemi - informacijski sistem upravljanja prostornim geografskim podacima.

Razvoj CAD tehnologije svoju punu implementaciju i ekspanziju dobiva tek krajem 20. stoljeća, mijenjajući ne samo načine crtanja i prostorne reprezentacije u tehniči i inženjerstvu, već i načine projektovanja i proizvodnje.

Prelazak s manuelnog na digitalni crtež nije samo promijenio tehniku izrade crteža, već sve više utiče na konceptualizaciju i organizaciju projekata, kao i načine tehničke komunikacije, razmjene stručnih znanja i organizaciju rada kako u projektnoj tako i izvedbenoj fazi inženjerstva i dizajna.

Reprodukacija iz digitalnog medija ne obuhvata samo klasično ispisano sliku na papiru, tzv. "print" slike, već danas obuhvata i trodimenzionalno oblikovanje proizvoda, kojim se objekti direktno materijaliziraju u trodimenzionalnom prostoru iz digitalno koncipiranog modela, kao CAD/CAM tehnologija.

Korisnički interfejs i interaktivna računarska grafika

Korisnički interfejs je dat kao posredni prevodilac koji omogućava dijalog i interakciju između softverskog programskog sistema i korisnika koji ne mora ulaziti u dublju programsku informatičku osnovu računarske tehnologije i programiranja. Korisnički interfejs zasnovan je na operativnom sistemu računara (Windows, MacOS, Linux) i specifičnom programskom grafičkom interfejsu kojim se omogućava interakcija korisnika sa datim programskim opcijama određenog softvera.

Preko korisničkog interfejsa, putem eksterne opreme - miša ili tastature, mogu se unositi, kreirati i manipulirati informacije i sadržaji, upravljati prozorima, datotekama, menijima i različitim ponuđenim izborima komandi, podešavati parametri radnog okruženja i izlaznih podataka.

Grafički korisnički interfejs (engl. Graphic User Interface - GUI) zasnovan je na vizualnim elementima i grafičkim simboličkim oznakama pojedinih alata, operacija i parametara datog programa - tzv. ikonicama (sličicama), koje grafički simboliziraju različite radnje i operacije.

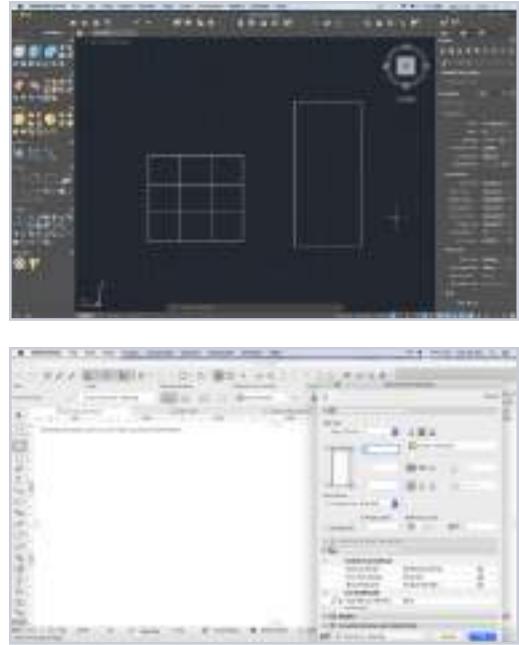
Selektiranjem određene oznake grafičkog interfejsa pokreće se operativna programska funkcija ili datoteka.

Rad u CAD programima počinje otvaranjem postavki novog crteža / modela ili otvaranjem već postojećeg pohranjenog u memoriji. Crteži se mogu otvarati u već pripremljenoj podlozi za crtanje sa zadanim osnovnim parametrima slike (template).

Grafički interfejs CAD programa sadrži osnovni interaktivni radni prozor u kome se unose i vizualiziraju prostorne forme u vidu crteža uz dodatne prostorne segmente kojima se upravljaju i manipuliraju naredbe i opcije: trake, meniji, komunikacijski blokovi, kurzori i drugi grafički elementi.

Prije početka crtanja/modeliranja određuje se format radnog lista i mjere u kojima je crtež dat (metrički sistem: mm, cm ili m), eventualno mjerilo crteža ili limiti crteža (npr. u AutoCAD-u crtež je u punoj veličini).

Završen 2D crtež ili 3D model može se sačuvati u odgovarajućem formatu, dijeliti ili štampati, te poslužiti kao osnova za izmjene, dopune i različite manipulacije i obradu u istom ili drugom softverskom okruženju (analize, vizualizacija, tehnička dokumentacija i drugo).



Slika 132.

Interaktivni radni prozor korisničkog grafičkog interfejsa CAD programa:

- AutoCAD,
- ArchiCAD.

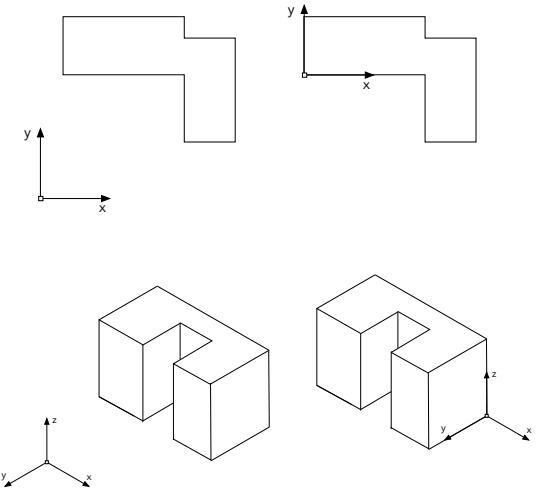
Slika kao vizualna ekspresija informacijskog modela u CAD računarskoj grafici je geometrijski definirana. Geometrijski elementi slike su pozicionirani u odnosu na zadani Kartezijanski pravougli koordinatni sistem koji može biti dat u globalnim i lokalnim koordinatama.

Koordinate tačaka objekta mogu biti zadane u odnosu na fiksnu tačku globalnog koordinatnog sistema ili na neku tačku objekta kao ishodište lokalnog ili relativnog koordinatnog sistema, koja može biti pomična.

Kooordinatni sistem za dvodimenzionalne crteže i prikaze dat je sa dvije koordinatne ose X i Y, dok je za trodimenzionalni model i prikaz dat sa tri ose X, Y i Z.

Za definiranje ugaonih odnosa mogu se koristiti i polarne koordinate.

Geometrijski elementi mogu biti zadani svojom pozicijom u odnosu na globalni ili lokalni koordinatni sistem, dimenzijsama i relacijom s drugim elementima i određenim ograničenjima (npr. paralelnost, okomitost, tangiranje, kontinuitet, distanca).

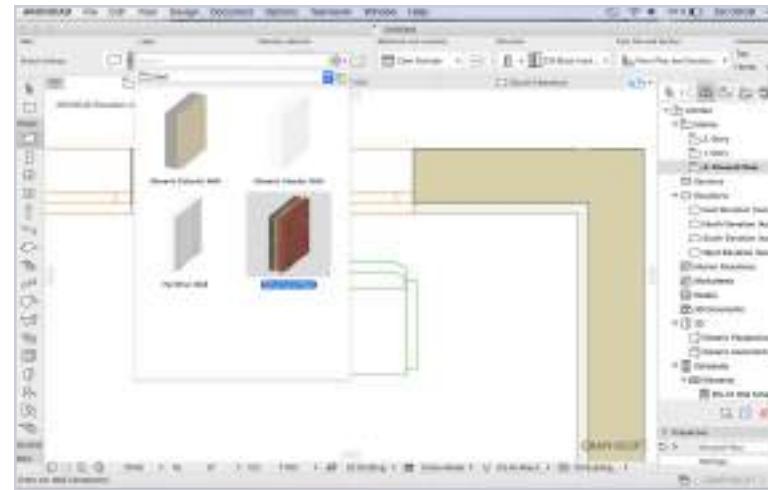
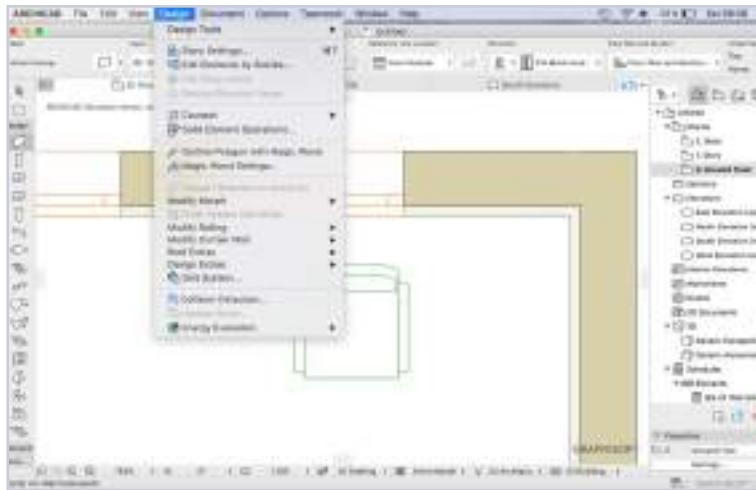


Slika 133.

Globalni i lokalni koordinatni sistem u 2D i 3D grafici.

U radnom prostoru crteža prikazan je položaj koordinatnog sistema, pokazivač (kursor) i različiti plutajući meniji i palete sa komandama ili programskim opcijama.

Selekcija komandi interfejsa može biti data pomoću upravljanja mišem, upravljanjem preko hijerarhijskih i padajućih menija, traka s alatkama (grafičkim ikonicama) i dijalog prozora (komunikacijskih blokova) ili preko komandi tastature.



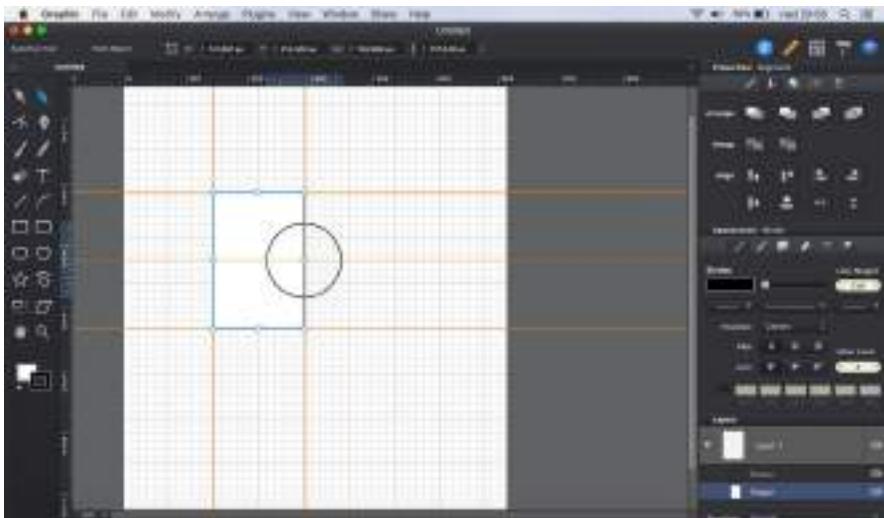
Slika 134.

Interaktivni radni prozor korisničkog interfejsa CAD programa sa padajućim menjem i dijalog prozorima.

ArchiCAD.

U radnom prostoru interaktivnim postupcima omogućeno je kreiranje geometrije prostornih objekata u različitim mjerilima i dimenzijama, kroz različite tipove crteža - od dvodimenzionalnih do trodimenzionalnih prikaza.

U radnom prostoru moguće je vršiti kontrolu elemenata crteža pomoću mreže koja služi za lakšu orientaciju i prostornu koordinaciju dijelova crteža, kao i preko pomoćnih rubnih mjernih alata ili linija vodilica.



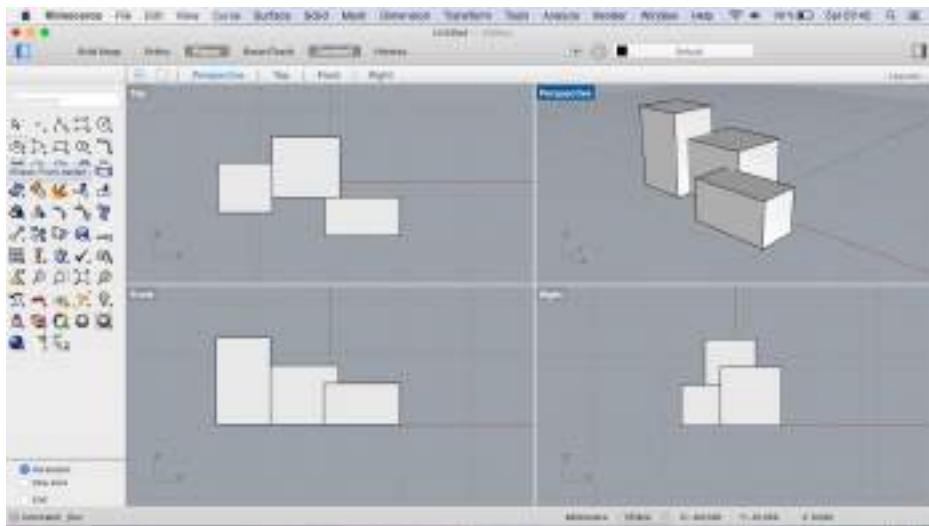
Slika 135.

Kontrola elemenata crteža pomoću linija vodilica i mreže.

Radni prostor programa za 2D vektorsku grafiku (Graphic).

Radni prostor korisničkog interfejsa za 3D grafiku može biti podijeljen na više simultano otvorenih prozora kao različitih pogleda/projekcija istog objekta (npr. različite ortogonalne projekcije i aksonometrija ili perspektivni prikaz nekog 3D objekta.)

Slika može u sebi sadržavati više različitih slojeva (engl. layers), kao niveliranih listova crteža koji se mogu aktivirati ili deaktivirati u radnom prozoru.



Slika 136.

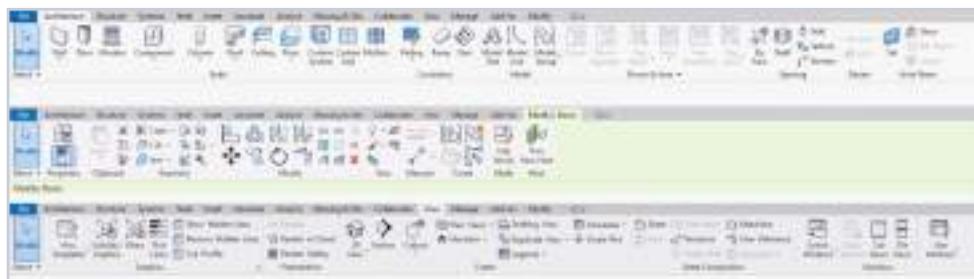
Prikaz simultano otvorenih prozora u radnom prostoru korisničkog interfejsa za 3D grafiku.

Karakteristični ortogonalni pogledi i perspektivni izgled u radnom prostoru - Rhinoceros 6.0.

Eksternim unosom preko miša mogu se vršiti odabir pozicija objekata na ekranu, odabir komandi ili menija, te određenih operacija.

Naredbe se mogu unositi: odabirom iz padajućeg menija, iz trake sa alatima, kao i unosom preko komandne linije.

- **Padajući meniji** (Menu bar) mogu sadržavati podmenije, dijaloške blokove, naredbe i opcije
- **Alatne trake** (Toolbars) mogu biti fiksne ili pomične - plivajuće u prostoru radnog prozora.
- **Komandna linija i statusna traka** su otvoreni rubni prozori u koje se ručnim postupcima unose tekstualne naredbe i parametri i u kojima se mogu očitavati unesene komande i podaci.



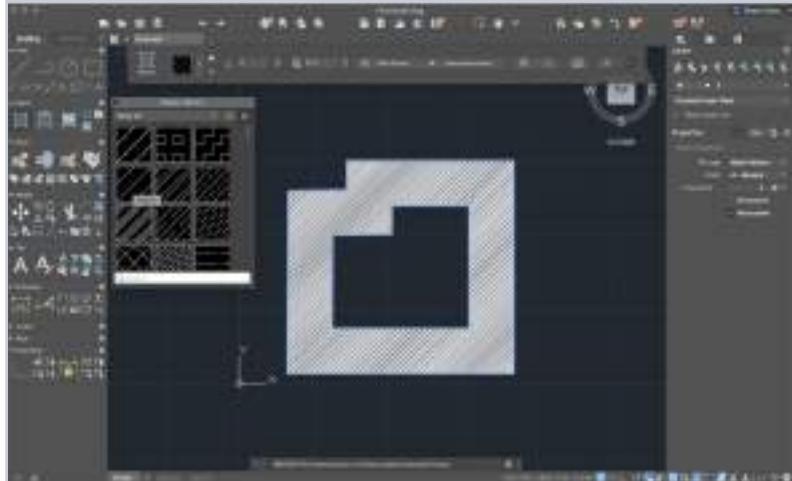
Slika 137.

Grafički korisnički interfejs sa alatnim trakama.

REVIT - alatne trake.

Alatne trake (Toolbars) sadrže grafičke ikonice kojima se upravlja različitim alatima za crtanje linija i drugih geometrijskih objekata, alatima za dimenzioniranje, modificiranje geometrije i manipulacije nacrtanim objektima.

Moguće je otvarati različite podopcije i pokretne trake koje se slobodno po potrebi raspoređuju po prozoru slike. Alatne trake mogu biti date u horizontalnom ili vertikalnom rasporedu, sa više različitih opcija koje se mijenjaju u skladu sa karakterom radnog objekta.



Slika 138.

Prikaz grafičkog korisničkog interfejsa i opcije glavne alatne trake.

AutoCAD 2018.

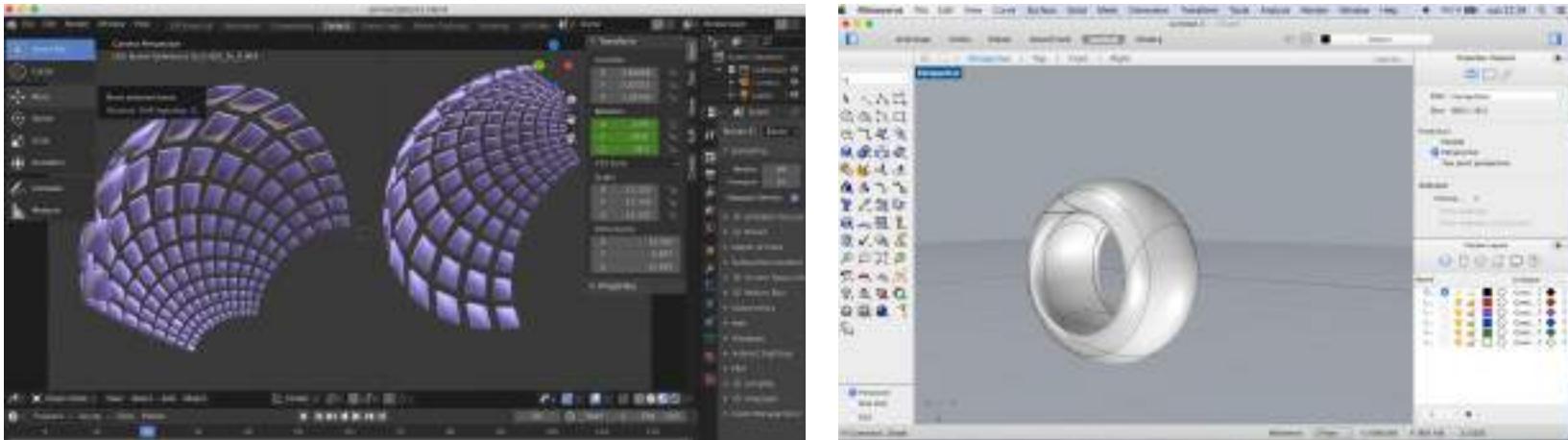
Grafički korisnički interfejs CAD softvera je u odnosu na prvobitne tekstualne pristupe računarskim operativnim aplikacijama olakšao pristup i interakciju korisnika sa računarom.

Može se primijetiti još uvijek značajna razlika u pojedinim programskim paketima u strukturi i organizaciji korisničkog interfejsa, što otežava brže savladavanje različitih softverskih aplikacija.

Slika 139.

Prikaz različito koncipiranih verzija grafičkog korisničkog interfejsa CAD softwera.

Blender 2.81 i Rhinoceros 6.0.



Dvodimenzionalno (2D) geometrijsko modeliranje

Računarska grafika u oblasti CAD-a, primjenjena je u dva osnovna tipa modeliranja prostornih informacija: kao dvodimenzionalni (2D) ili trodimenzionalni (3D) prostorni modeli.

Dvodimenzionalna grafika u digitalnoj tehnici predstavlja samo izmijenjen medij klasične tehničke grafike i tehničkog crteža.

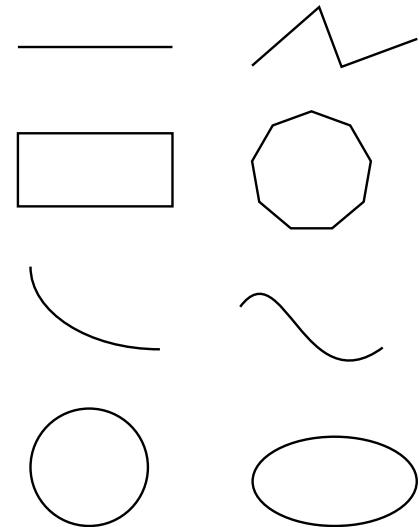
Računarska tehnika omogućila je i novi vid prostorne reprezentacije kroz digitalne kompjutacijske trodimenzionalne prostorne modele.

Dvodimenzionalno (2D) modeliranje u računarskoj grafici bazirano je na vektorskoj grafici kojom su matematički definirane osnovne geometrijske dvodimenzionalne strukture - tačke, linije, poligoni i različite matematičke krivulje. Vektorska grafika uz CAD softverske alate i tehnike omogućava kreiranje i obradu dvodimenzionalnih tehničkih crteža, njihovo pohranjivanje i prezentaciju koja može biti u digitalnom ili materijalnom mediju (štampana slika).

Na osnovu zadanih matematičkih parametara kao što su položaji tačaka u koordinatnom sistemu, dužine linija ili nekih specifičnih metričkih podataka (prečnici kružnica ili nagib i ugao između linija) definirani su informacijski podaci iz kojih se softverskim rješenjima dobiva iscrtana dvodimenzionalna slika na ekranu računara.

Podaci o vrsti, tipu i parametrima geometrijskih elemenata se unose preko korisničkog interfejsa koji olakšava komunikaciju između korisnika i programske strukture softvera. Svi podaci i dati parametri geometrije objekata slike su pohranjeni u memoriju kompjutera i mogu se naknadno manipulirati ili mijenjati.

Osnovni objekti 2D grafike koji se nazivaju i geometrijski “primitivi” su linija, polilinija (sistem povezanih linija) i poligon, kružnica i kružni luk, elipse i krivulje složenijeg reda koje se izvode različitim načinima matematske determinacije.

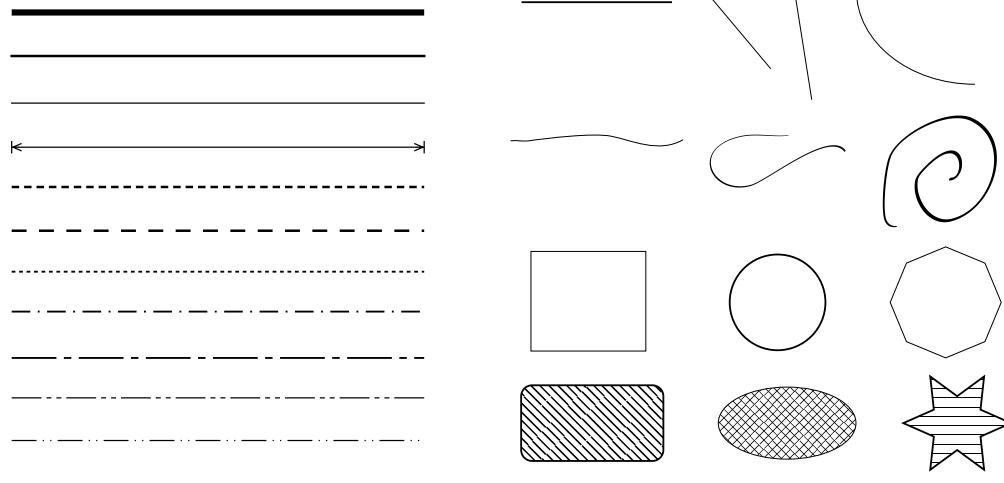


Slika 140.

Osnovni 2D geometrijski elementi - linije, polilinije, poligoni, otvorene i zatvorene krive.

Linija je osnovni grafički element, koji je zadan svojim atributima - grafičkom vrstom i geometrijskim tipom linije, kao i pozicijom na crtežu.

Vrste linija mogu biti : vidljive pune linije različite debljine kojim se naznačava uglavnom kontura i ivica objekta, crtkane linije kao nevidljive linije objekta, kotne linije dimenzioniranja, konstruktivne i osne linije, šrafure, linije presjeka i prekida.



Slika 141.

Vrste i tipovi linija u vektorskoj 2D računarskoj grafici.

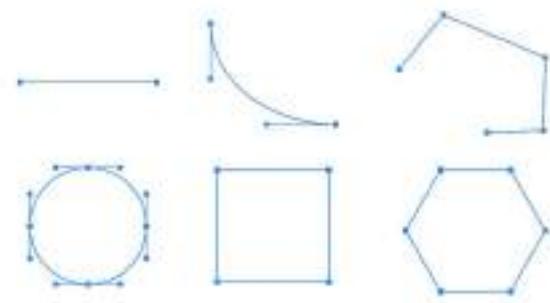
Tačka je određena svojim koordinatama, kao presječnica dvije linije ili kao karakteristična tačka geometrijske figure - centar, središte ili krajnja tačka.

U naprednjim CAD opcijama postoji mogućnost automatskog vezivanja geometrijskih elemenata novog objekta na crtežu za postojeće karakteristične tačke na već nacrtanim objektima.

Koordinatni sistem na crtežu služi za lociranje tačaka u odnosu na fiksnu referentnu tačku, horizontalnim ili vertikalnim odstojanjem. Relativne lokalne koordinate mogu biti u odnosu na zadnju tačku koja je nacrtana ili na fiksnu tačku objekta ili dijela objekta koji crtamo.

Pravac je određen kao spojnica dvije krajnje tačke ili jednom tačkom, dužinom i uglom koji zaklapa s koordinatnim osama. Pravci mogu biti definirani i posebnim ograničenjima: paralelnost, okomitost, tangiranje i sl.

Poligonalne linije (polilinije ili poligoni) su definirane tačkama u kojima se mijenja pravac linije.

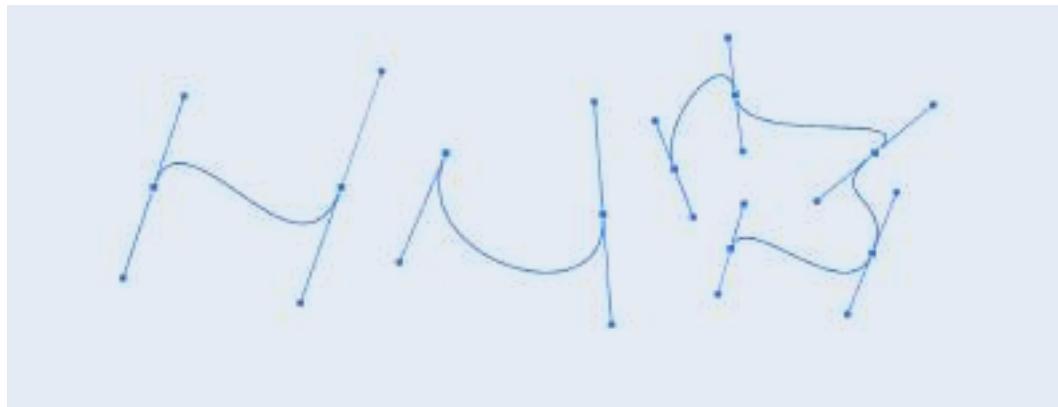


Slika 142.

Karakteristične tačke geometrijskih figura u 2D vektorskoj grafici

Zakrivljene linije u računarskoj vektorskoj grafici mogu biti determinirane na osnovu kontrolnih tačaka i njima pripadajućih tangenti ili aproksimativnog okvirnog sistema tačaka. Složenije krivulje mogu biti segmentirane u nizu jednostavnijih krivulja.

Parametarski model krivulja definiran je kroz krajne i kontrolne tačke i vektorima tangenti u tim tačkama. U odnosu na broj tačaka i tangenti imamo Hermitove, Bezierove i B-splajn i NURBS krivulje.



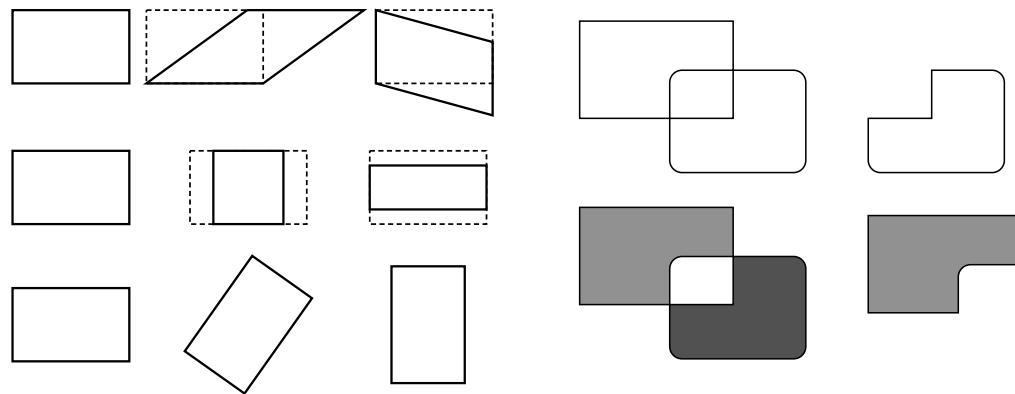
Slika 143.

2D geometrijske krivulje definirane kontrolnim tačkama i tangentama.

Vektorskog grafikom omogućene su različite geometrijske operacije transformacija: translacija, rotacija, simetrično preslikavanje, smicanje i skaliranje figura (povećanje ili umanjenje).

Omogućena je kontrola različitih metričkih parametara (dužina, širina, ugao) kako osnovnih geometrijskih elemenata tako i njihovih složenih kombinacija koje tvore prostorne forme.

Kompleksnije geometrijske figure mogu biti date kao rezultanta operacije sječenja i presjeka datih osnovnih prostornih figura.



Slika 144.

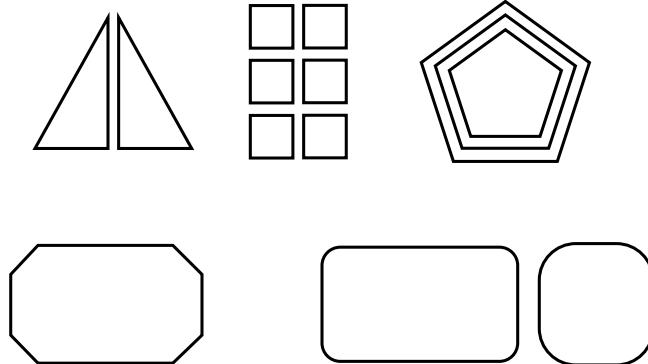
Različite geometrijske operacije transformacija u 2D vektorskoj grafici:

- Smicanje, skaliranje i rotacija (lijevo, odozgo na dole),
- Unija, presjek i razlika (desno).

Pogodnost vektorske grafike je i u produkciji multipliciranih figura, koje mogu biti date i posebnim komandama kopiranja, simetričnog preslikavanja (refleksije) i simetričnog grupiranja.

Takođe je omogućeno serijalno uvećavanje ili umanjenje elemenata, koji mogu biti dati koncentrično.

Omogućeno je i odsijecanje ili zaobljavanje rubova figura. U različitim CAD programima često se izrazi i oznake za komande kojim se vode ove operacije razlikuju.

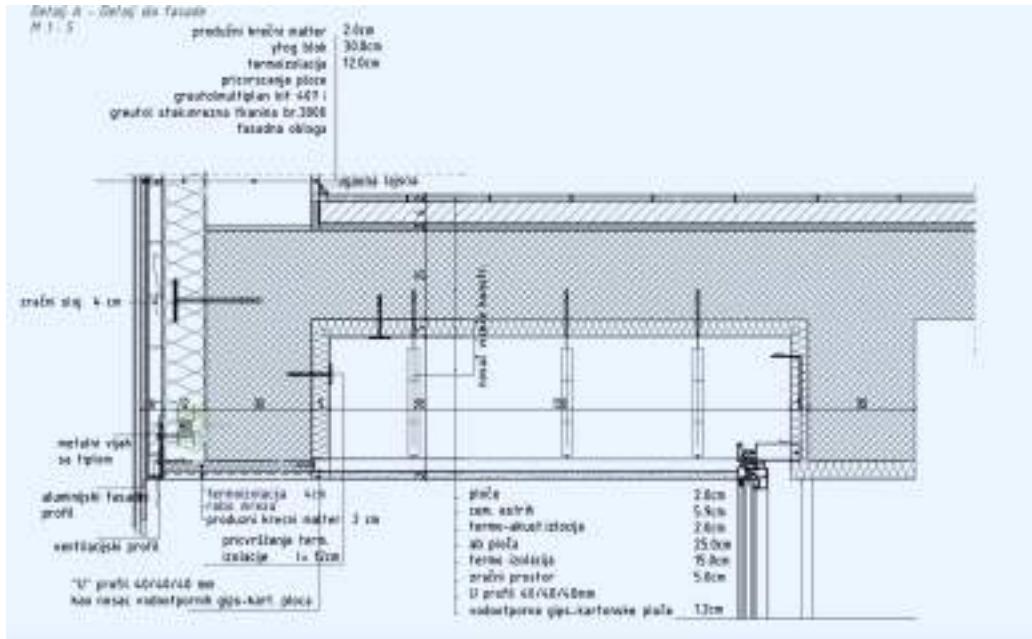


Slika 145.

Različite geometrijske operacije i transformacije u vektorskoj grafici:

- Refleksija (engl. mirror),
- Simetrično grupiranje (engl. array),
- Koncentrično uvećanje (offset),
- Odsijecanje i zaobljenje rubova pravougaone geometrijske figure.

CAD softveri omogućavaju i dodatne operacije koje prate tehnički crtež kao što su tekstualni opis, dimenzioniranje, definicija i obrada boja i tekstura u različitim segmentima crteža.



Slika 146.

Tehnički crtež u CAD formatu.

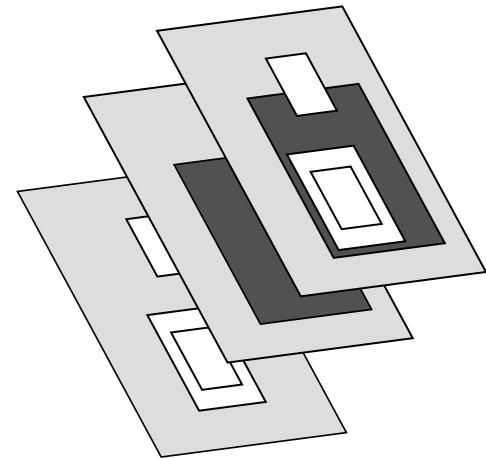
Uz linijske grafičke elemente dodati su elementi šrafura i tekstualni opis.

Crtež u CAD tehnici može se nivelirati kroz više različitih grafičkih nivoa (engl. "layers"), razdvajajući strukturalne, funkcionalne ili grafičke cjeline crteža u više slojeva, koji se mogu prezentirati odvojeno ili preklopljeno.

Upotrebom niveliranog grafičkog prikaza relevantni podaci su prikazani selektivno, sa vidljivim segmentima koji predstavljaju zasebne cjeline.

Na primjer u tehničkom crtežu u posebne slojeve mogu biti odvojeni tekstualni opisi, dimenzioniranje ili teksture i šrafure i sl. Time je omogućeno da se vrše određene promjene na jednom od nivoa crteža bez utjecaja na ostale dijelove crteža. Nivoi grafičkog prikaza se mogu selektivno uključiti ili isključiti iz cjelovitog prikaza, kao i odvojeno vizualno prikazivati.

Dijelovi crteža mogu se grupirati u blokove, koji čine cjelinu koja se može sačuvati odvojeno, tretirati cjelovito kroz različite transformacije i razmjenjivati kroz različite datoteke. Svi elementi u bloku postaju dijelom jednog jedinstvenog elementa, koji se može ponavljati u različitim segmentima nekog kompleksnijeg modela.



Slika 147.

Grafički nivoi crteža - engl. "Layers".

Trodimenzionalno (3D) geometrijsko modeliranje

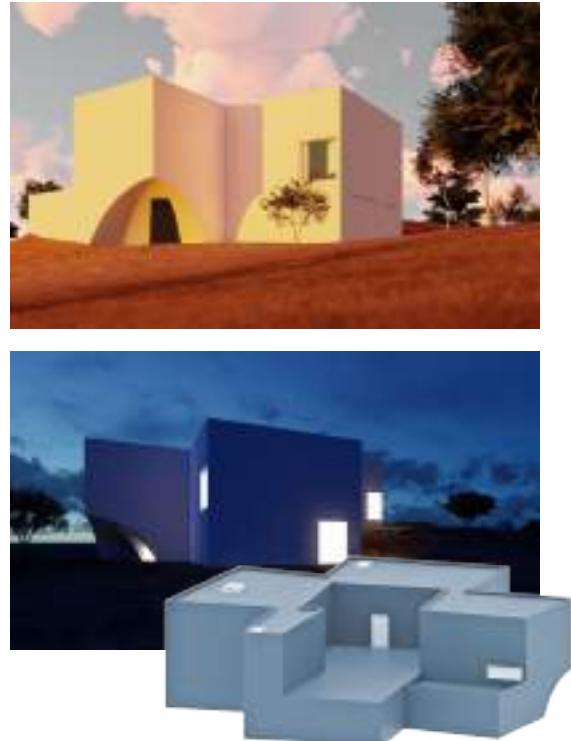
Trodimenzionalno modeliranje u računarskoj grafici predstavlja geometrijsku determinaciju prostornih objekata u trodimenzionalnom koordinatnom sistemu determiniranom sa tri koordinatne ose x, y i z. Za razliku od 2D grafike, 3D modeliranje omogućava složenije prostorne manipulacije iz kojih je moguće izvesti čitav niz različitih prostornih reprezentacija objekta.

Trodimenzionalni računarski modeli predstavljaju napredniji vid prostornog modeliranja od dvodimenzionalne računarske grafike, jer je cjelovita prostorna forma objekta definirana u virtualnom 3D digitaliziranom informacijskom prostoru. 3D geometrijski model predstavlja virtualni digitalni model objekta, koji može biti pohranjen u memoriji računara, iz koga se mogu programskim operacijama dobiti višestruki prikazi objekta, ne samo kao statične slike već i kao dinamički prikazi u realnom vremenu - animacije i interaktivne simulacije.

Iz trodimenzionalnih (3D) digitalnih prostornih modela moguće je dobiti ortogonalne tehničke prikaze, trodimenzionalne aksonometrijske ili perspektivne vizualizacije objekta, koji su uvezani zajedničkim 3D modelom. Omogućena je potpuna korespondencija svih prikaza i uklonjene mogućnosti grešaka i neusklađenosti koje su nastajale kao rezultat odvojenih dvodimenzionalnih grafičkih reprezentacija.

3D modeli omogućavaju i analitičke prikaze uz simulacije inženjerskih strukturalnih i fizikalnih svojstava objekta. 3D računarska grafika i modeliranje obuhvata uz geometrijsko modeliranje i iscrtavanje različitih prikaza, animacije i simulacije različitih fizikalnih parametara - npr. statike, termike, akustike, i drugih, proširujući se u oblasti virtualne, miješane i proširene realnosti.

Trodimenzionalni informacijski modeli osnova su naprednih tehnika modeliranja kao što su BIM tehnike i različiti parametarski sistemi modeliranja, te prateći programski sistemi za strukturalne i fizičke analize.



Slika 148.

Trodimenzionalna vizualizacija arhitektonskog objekta na osnovu 3D digitalnog modela.

Studentski rad AFS, Tukić Hamza

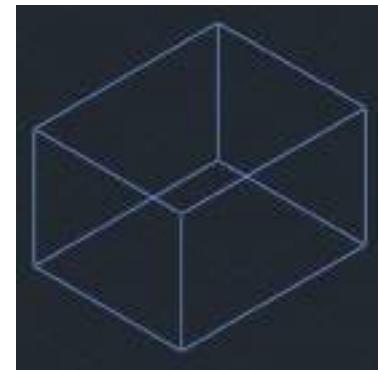
Razlikuju se različiti načini prikaza geometrije 3D objekata u digitalnoj tehnici, ovisno o količini informacija o objektu:

- Žičani (engl. wireframe) modeli,
- Površinski (surface) modeli,
- Puni (solid) modeli.

Žičani modeli su dati graničnim ivicama površina. Mogu biti dati bez rješavanja vidljivosti (sve ivice su vidljive) i sa definiranom vidljivosti. Ovakvi modeli memorijски su najmanje zahtjevni i služe za brzi pregled i manipulaciju modelom, kao i sagledavanje nevidljivih ivica.

Površinski modeli dati su linijskim granicama i površinama objekta između tih graničnih linija. Jasno je određena vidljivost, a mogu imati definiranu boju i efekte osvjetljenja i sjene na modeliranim površinama.

Puni (solid) modeli imaju zapreminu i zahtijevaju veću kompjutacijsku memoriju, jer sadržavaju informacije o vanjskom i unutarnjem dijelu, vidljivosti, boji, svjetlosnim efektima i teksturama, uz koje mogu biti modelirani i trodimenzionalni podaci o materijalu.



Slika 149.

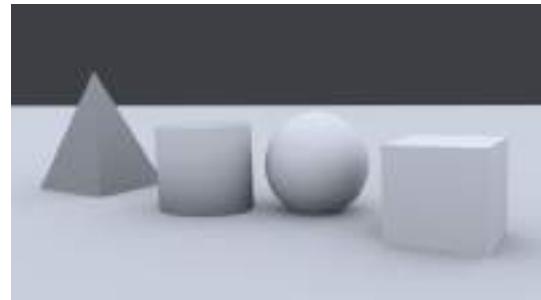
Žičani i puni 3D geometrijski model.

AutoCAD.

Digitalni prostorni geometrijski 3D modeli mogu se dobiti na više načina:

- Kroz interaktivno geometrijsko modeliranje putem određenih postupaka i manipulacija u 3D softveru,
- 3D skeniranjem fizičkih objekata,
- Uvozom modela iz određenih "biblioteka" u kojima su sačuvani različiti digitalni modeli objekata,
- Preko dvodimenzionalnih slika - 3D mapiranjem,
- Programiranjem skripti koje definiraju geometriju objekta.

Interaktivno 3D geometrijsko modeliranje je osnova CAD tehnike modeliranja i podrazumijeva izradu modela selektiranjem, kreiranjem, modificiranjem i kombiniranjem geometrijskih osnovnih prostornih elemenata "primitiva", kao što su linije, geometrijske figure i jednostavna geometrijska tijela.



Slika 150.

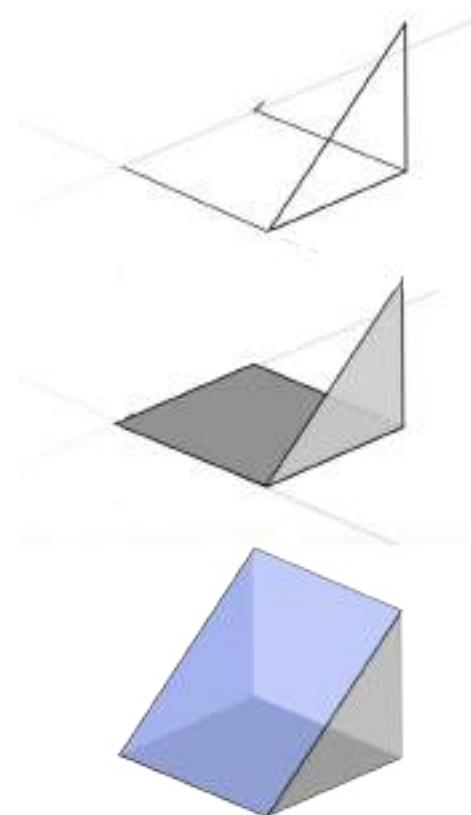
Interaktivno 3D geometrijsko modeliranje - osnovni 3D prostorni elementi i složena modelirana forma.

Trodimenzionalni modeli mogu se dobiti slijedećim geometrijskim operacijama kroz interaktivno modeliranje kao puna tijela ili kao tijela formirana 2D površinama:

- Modeliranje 3D oblika ograničavanjem i zatvaranjem graničnih elementarnih geometrijskih elemenata i figura čijim kombiniranjem nastaju trodimenzionalni oblici (engl. Boundary representation ili skraćeno B-rep tehnika).

Kombiniranjem i zatvaranjem geometrijskih elemenata - tačaka, ivica i površina, mogu se formirati trodimenzionalna tijela ograničena određenim brojem geometrijskih površina i figura.

Ivice tijela su ograničene tačkama, ravni tijela su ograničene rubnim linijama, a trodimenzionalno tijelo je ograničeno svojim površinama. Kombiniranjem graničnih tačaka, linija i površina mogu se dobiti složena tijela. Ovom tehnikom modeliranja dobivaju se površinski trodimenzionalni modeli prostornih objekata.

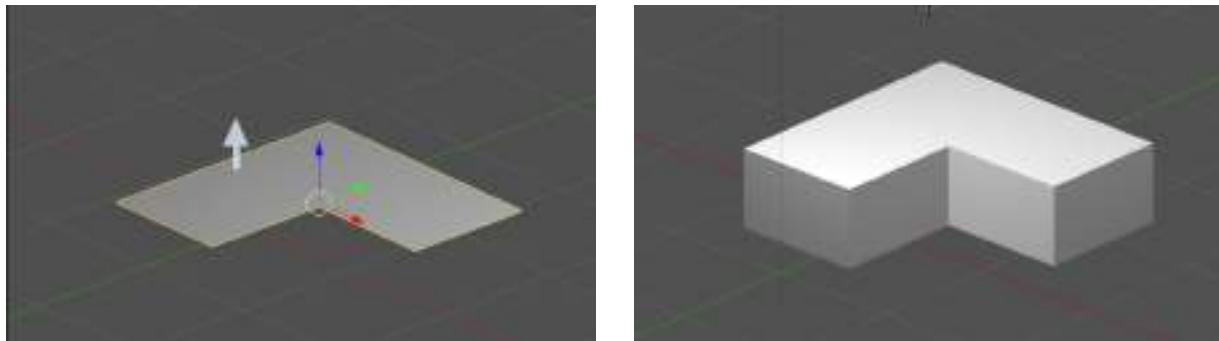


Slika 151.

*Modeliranje 3D oblika pomoći
graničnih geometrijskih elemenata.*

- **3D modeliranje transformacijom** - kretanjem dvodimenzionalnih figura zatvorenih pravim ili zakrivljenim linijama odnosno geometrijskih 2D figura. Transformacija kretanja može biti zadana kao operacija translacije ili rotacije.

Trodimenzionalni puni model može nastati kretanjem dvodimenzionalne geometrijske figure u pravcu okomitom na njenu ravan za neku dužinu kao izvlačenje u treću dimenziju (engl. extrude), ili rotacijom za određen ugao oko neke ose (engl. revolve) kojom nastaje trodimenzionalna površina. Puni 3D model može nastati i kretanjem 2D figure po nekoj složenijoj ili zakrivljenoj putanji.



Slika 152.

Modeliranje 3D oblika metodom transformacije - vertikalnog izvlačenja za određenu visinu iz osnovne horizontalne 2D figure.

Trodimenzionalne površine mogu se modelirati iz različitih zakrivljenih linija. Jedna linija može biti zadata kao putanja kretanja druge linije ili figure, odnosno kao putanja spajanja određenog broja linija ili figura.

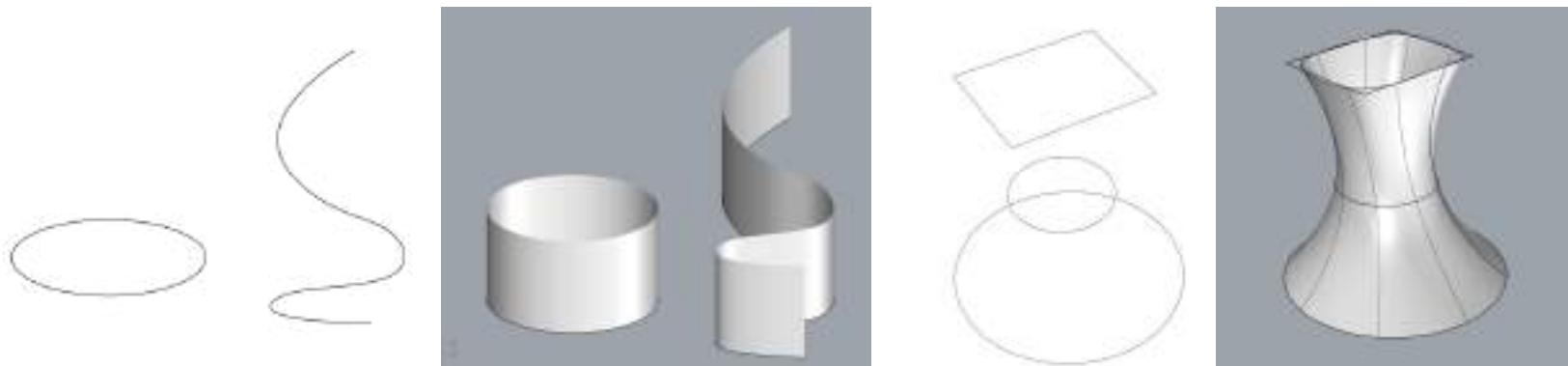
Izvedena površina može biti zadata i određenim linijama vodilicama koje su dodate osnovnim elementima koji izvode površinu odnosno 3D tijelo.

Složenijim metodama mogu se spajanjem dvije i više linija ili krivulja zajedničkom površinom modelirati različito zakrivljene površine.

Slika 153.

Modeliranje 3D oblika izvođenjem iz jedne ili više linija.

- Izvodna površina nastala vertikalnim izvlačenjem površine iz linijske figure,
- Izvodna površina nastala spajanjem tri geometrijske linijske figure.

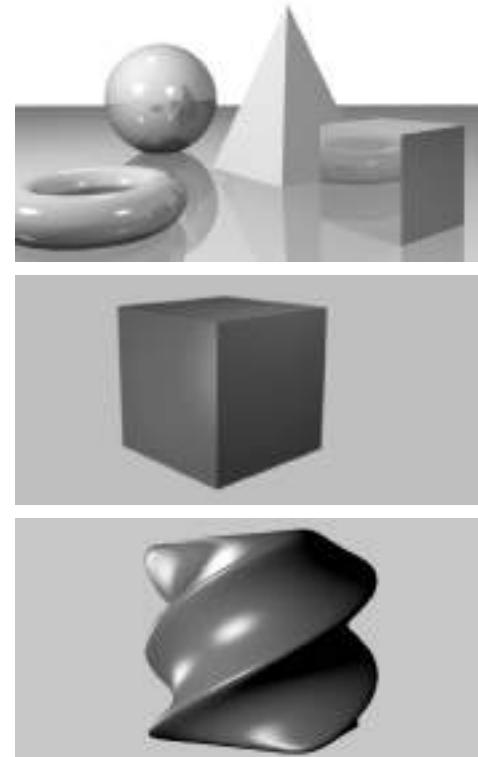


- Modeliranje pomoću osnovnih geometrijskih tijela - solida (CSG - Constructive Solid Geometry) zasniva se na korištenju geometrijskih tijela, tzv. "primitiva", koja su ponuđena u programskom meniju, te različitim kombinacijama, operacijama i transformacijama ovih tijela.

U računarskim tehnikama 3D modeliranja često se ne polazi od elementarnih geometrijskih elemenata : tačaka, linija i površina, već od unaprijed datih prostornih volumenski definiranih elemenata, kroz geometriju solida - geometrijskih tijela kao cjelovitih objekata. Osnovna ponuđena geometrijska tijela u većini 3D programske paketa su kocka, lopta, valjak, cilindar, kupa, torus, uz moguće dodatne opcije.

U CAD programima za 3D modeliranje operacije transformacije osnovnih 3D solida mogu biti date kroz regulaciju metričkih veličina - dužina, širina i visina; omogućena je kontrola dimenzija osnovnih primitiva kao operacije uvećanja ili umanjenja po koordinatnim osama.

Konstruktivna geometrija solida (CSG) može biti kombinirana uz dodate opcije topoloških transformacija kao što su istezanje, savijanje ili torzija.

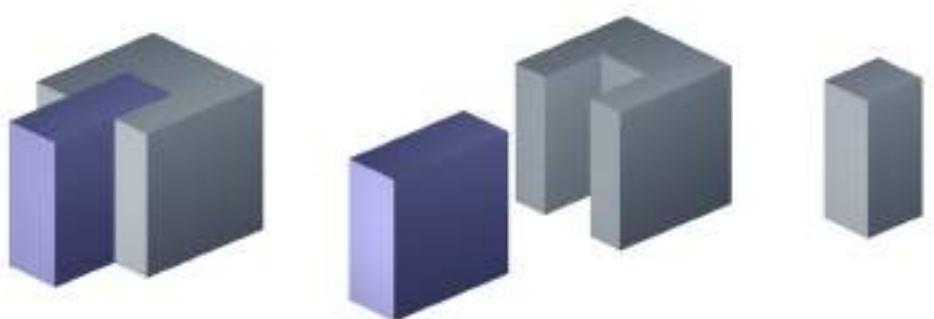


Slika 154.

Modeliranje pomoću osnovnih geometrijskih solida.

Topološkim transformacijama iz osnovnog oblika nastaju složenija tijela.

Osnovna geometrijska tijela moguće je kombinirati tzv. Booleovim operacijama unije, presjeka i razlike tijela, kojim se dobiva prostorna rezultanta međusobnih prodora i zadora dva ili više tijela.



Slika 155.

Trodimenzionalno modeliranje složenijih tijela pomoću operacije presjeka dva geometrijska tijela.

- Unija,
- Razlika,
- Presjek.

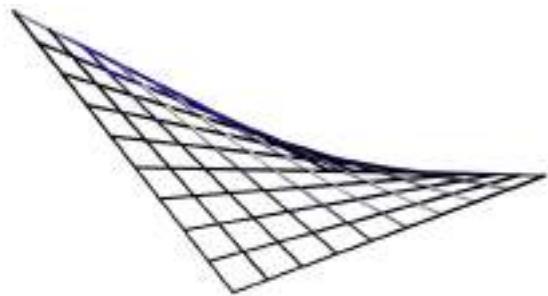
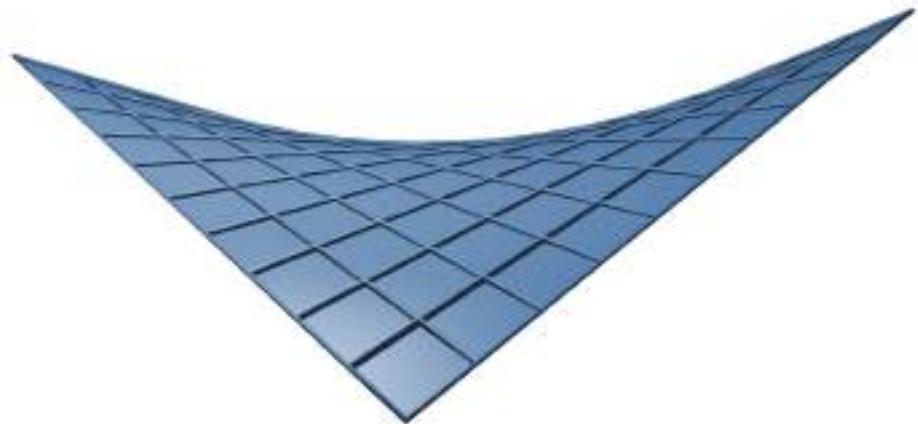


Slika 156.

Modeliranje složenijih tijela nastalih operacijama presjeka dva ili više oblih geometrijskih tijela.

- Modeliranje poligonalnim mrežama (engl. polygonal mesh) koristi se u većini programa za 3D modeliranje i omogućava aproksimativni pristup modeliranju nepravilnih ili zakrivljenih površina i kompleksnijih i složenih tijela.

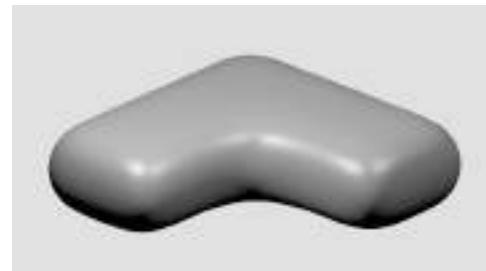
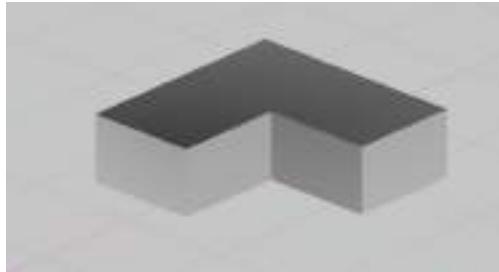
Ovim pristupom složenije površine svode se na mrežu poligona, najčešće trougaonu ili četverougaonu poligonalnu mrežu, koja je vektorski definirana na osnovu tačaka i linija poligona i spremljena u memoriju računara.



Slika 157.

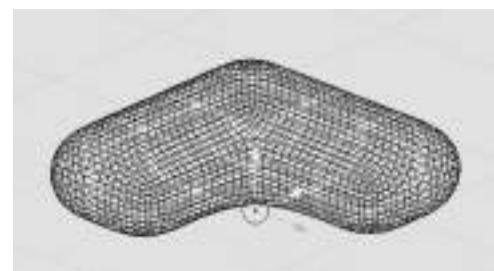
Trodimenzionalno modeliranje složenijih površina pomoći poligonalnih mreža.

- Metoda podpodjele pruža mogućnosti modeliranja zakrivljenih oblika površina kroz sve preciznije efekte zakrivljenosti modelirane iz pojednostavljenih početnih trodimenzionalnih oblika.



Slika 158.

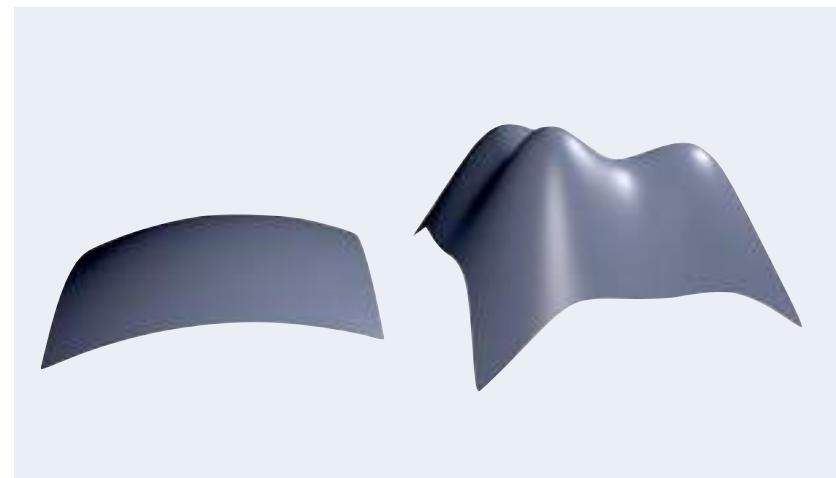
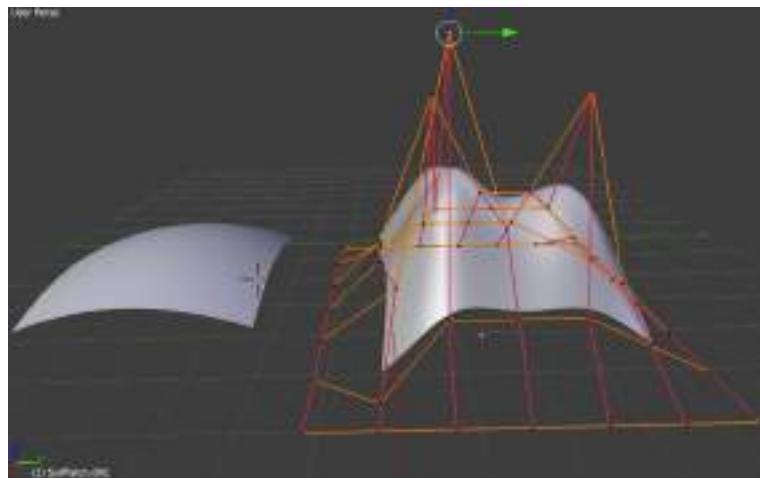
Modeliranje složenijih zakrivljenih oblika metodom podpodjele osnovne početne trodimenzionalne figure.



- Zakrivljene površine mogu se modelirati naprednom tehnikom kao NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) površine koje se formiraju parametarski, pomoću kontrolnih tačaka i vektora koji definiraju područja zakrivljenosti.

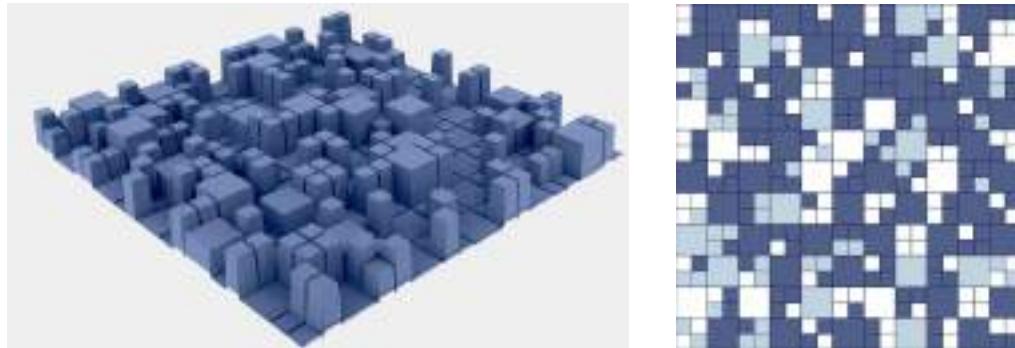
Slika 159.

NURBS površine u tehnici 3D modeliranja.



- Visinski raspoređenim preslikavanjem (engl. “displacement map”) kao postupkom 3D modeliranja mogu se modelirati trodimenzionalne nepravilne površine kao što su geografski tereni ili trodimenzionalne teksture.

Ova tehnika modeliranja koristi hromatske tonove dvodimenzionalne slike za definiciju geometrije površina. Vertikalnim raspoređivanjem visina tačaka površina u trodimenzionalnom prostoru na osnovu svjetline područja na dvodimenzionalnoj slici, tamnija područja slike u odnosu na svjetlijia su različito visinski raspoređena. Ova tehnika modeliranja zahtijeva detaljnju geometrijsku rezoluciju površina, odnosno njihovu mrežnu poligonalnu podpodjelu.

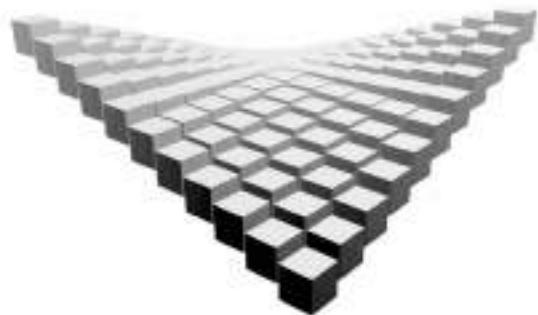
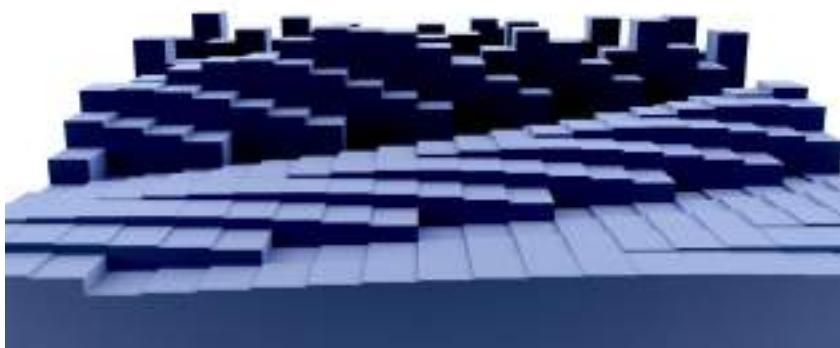


Slika 160.

Trodimenzionalno modeliranje pomoću visinskog raspoređivanja iz hromatskih tonova dvodimenzionalne slike.

- **Parametarsko modeliranje** je geometrijsko modeliranje kojim je omogućeno definisati konstruktivnu logiku geometrije objekta, uz mogućnost mijenjanja pojedinačnih parametara. Geometrija objekta može nastati kao rezultat niza povezanih operacija i regulisanjem različitih parametara.

Mijenjanjem određenih varijabilnih parametara mijenja se geometrija objekta povezano u cijelom modelu. Varijabilni parametri mogu se odnositi na metrička ili druga geometrijska ili fizička svojstva. Geometrijski elementi i operacije su povezani u kontekstualne cjeline, producirajući kompleksne adaptabilne dinamičke forme.



Slika 161.

Trodimenzionalno parametarsko modeliranje definira oblike kroz višestruke transformacije i varijabilne parametre.

3.3.

INFORMACIJSKO MODELIRANJE

Projektovanje u tehničkim disciplinama zahtijeva razumijevanje i praktično savladavanje veoma kompleksnog područja, sa različitim prostornih, funkcionalnih, strukturalnih, materijalnih, ekonomskih i socijalnih te kulturnih i estetskih aspekata.

Proces projektovanja zasniva se na formirajućim posrednim modelima koji služe za konceptualizaciju i vizualizaciju, analizu i prezentaciju različitih aspekata projekta. Prostorno modeliranje bazirano na geometrijskim osnovama, u informatičkom dobu uz pomoć računarske tehnologije postaje integrisano sa različitim analitičkim i proizvodnjanskim modelima, stvarajući različite informacijske modele.

Osnova informacijskih modela je 3D geometrijski objekt, koji kroz različite dodatne informacijske parametre modeliranja dobiva nove dimenzije.

Uz savremenu računarsku tehnologiju u tehničkoj i inženjerstvu vezuju se pojmovi kao što su računarske simulacije, virtualna realnost, 3D modeliranje, slobodno formirane površine, interaktivna grafika, kolaborativni dizajn i informacijsko modeliranje. Ovi pojmovi povezuju različite aspekte računarskog modeliranja i vizualizacije informacijskih sistema koji mogu biti materijalni i nematerijalni, postojeći ili dizajnirani.

Informacijsko modeliranje zgrada (BIM), Geografski informacijski sistemi (GIS) i CAD/CAM tehnologije najznačajniji su aspekti primjene informacijskih prostornih modela kreiranih uz pomoć računarske tehnike, u inženjerstvu i graditeljstvu.

Digitalno informacijsko modeliranje i BIM tehnologije

Tehnologijom Informacijskog modeliranja zgrada i građevinarstva (BIM - Building Information Modeling) povezane su informacije o 3D geometriji objekta sa informacijama o fizikalnim i materijalnim karakteristikama i parametrima, uz informacije relevantne u procesu planiranja i izgradnje, do iskorištavanja, održavanja i upravljanja objektom.

BIM tehnologija obuhvata kompleks procesa koji počinju od pripreme projekta nekog gradenog objekta, do konačne izvedbe i održavanja. Svi procesi su koordinirani u okviru inteligentnog informacijskog modela projektovanog objekta, koji uz 3D geometrijski model integriše i ostalu relevantnu projektnu dokumentaciju, kojom je u okviru objektnog modela moguće koordinirano upravljati, tako da su sve faze projekta i gradnje povezane u cjelovit sistem.

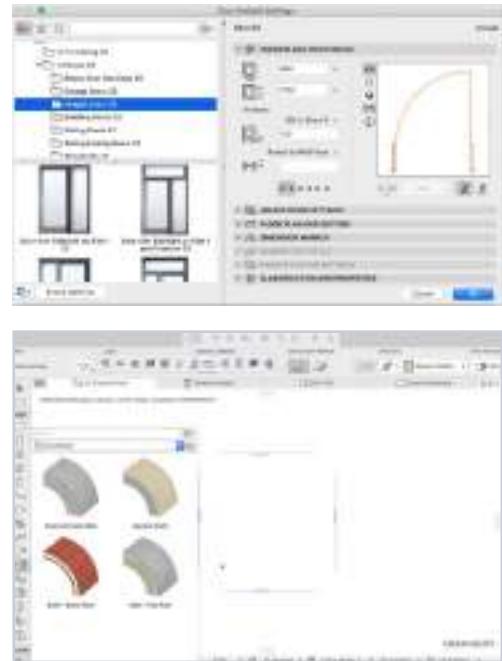
Osnova BIM tehnologije je efikasno i svršishodno organiziran informacijski model nekog objekta, koji povezuje različite informacijske sub-modele u jedinstven sistem. BIM tehnologija omogućava s jedne strane olakšanu direktnu vizualizaciju u projektnoj fazi kroz simultani 2D i 3D prikaz, a s druge povećanu produktivnost olakšanim pristupom organiziranim informacijama koje se odnose na različite tehničke, fizičke i ekonomski aspekte projekta. Često se uz BIM tehnologiju vežu pojmovi 4D i 5D modela, koji osim tri prostorne dimenzije obuhvataju i vremenske procese (4D) i ekonomski troškove (5D).

Iz digitalnog modela kreiranog BIM tehnikama moguće je izvesti simulacije različitih scenarija, npr. energetske efikasnosti, materijalnih troškova pa do kontrole procesa u samom objektu (tzv. pametne zgrade), putem različitih senzora i informacijskog upravljanja. Sve promjene na modelu su koordinirane i moguće je upravljati različitim aspektima (materijalnim, energetskim, ekonomskim) koji se odražavaju na cijeli projekt.

Digitalni model sadrži fizičke i funkcionalne parametre čije su promjene koordinirane omogućavajući prije same gradnje objekta optimizaciju kroz simulacije različitih scenarija u virtualnom prostoru modela, čime se postiže olakšan pristup informacijama svih učesnika u projektu.

Sve više CAD aplikacije postaju zamijenjene BIM tehnologijom koja pruža sveobuhvatniju kontrolu informacijskih modela nekog projekta. Informacije su u vidu podataka umrežene i dostupne timu koji učestvuje u izradi projekta, izgradnji i održavanju, omogućavajući bolju integraciju, komunikaciju i povećavajući produktivnost uz smanjenje troškova. Svi podatci su centralizirani u jednom modelu iz koga se zatim posredno mogu dobiti pojedinačni prikazi, analize, kao i grafička vizualizacija.

Softver koji podržava BIM tehnologije je u sve većoj ekspanziji. Kao jedan od začetnika uvođenja 3D i BIM principa modeliranja u oblasti arhitekture je Graphisoft ArchiCad. Najrašireniji u praksi je Autodesk Revit, uz koji su istaknuti Nemetschek Allplan, Trimble Tekla, Bentley OpenBuildings, RhinoBIM...



*Slika 162.
Elementi BIM modeliranja*

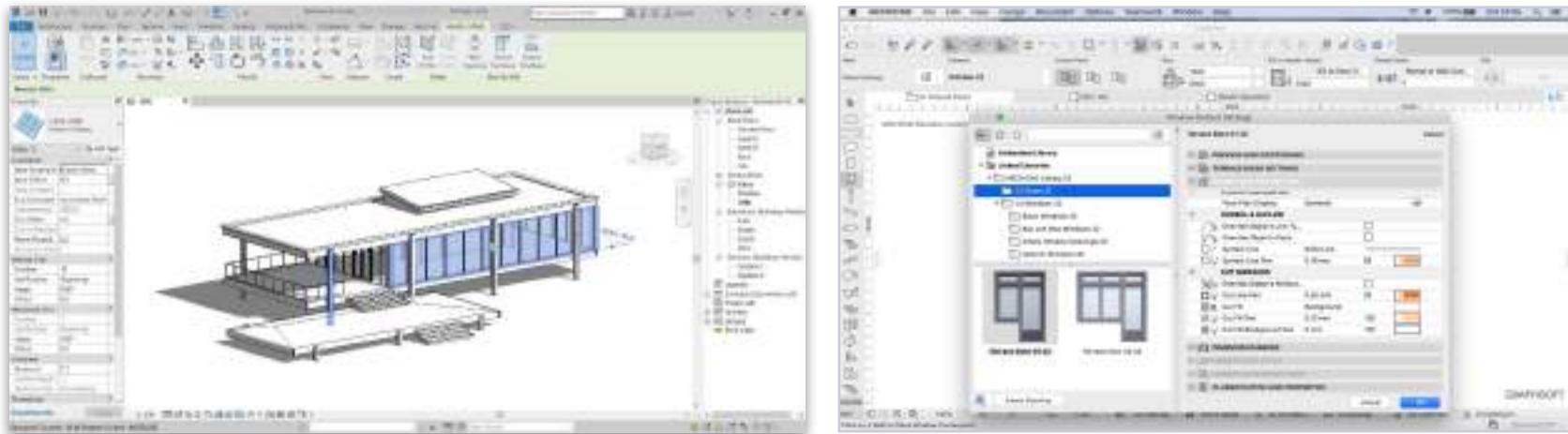
Softver koji podržava BIM tehnologiju sadrži kolekciju elemenata koji uz geometrijske imaju pridružene i druge parametre - npr. osobine materijala ili ekonomske parametre.

BIM tehnologijom je povećana preciznost u obradi relevantnih informacija i skraćeno vrijeme rada kako u projektnoj fazi tako i u procesu izgradnje, uz eliminaciju mogućih pogrešaka u procesu gradnje i uštedu pratećih troškova gradnje.

Slika 163.

Korisnički interfejs za softver koji podržava BIM tehnologiju.

- Autodesk Revit,
- ArchiCad.



Geografski informacijski sistemi - GIS

Sistemsko skupljanje, uređivanje i vizualizacija geografskih lokacijskih prostornih podataka pod nazivom Geografski informacijski sistemi (GIS), uz pomoć računarske grafike integrисано je sa mnogim djelatnostima koje zahtijevaju prostorno planiranje i orientaciju u širem geografskom lokalnom i globalnom prostoru.

GIS tehnologija integriše i vizualizira mnoštvo različitih geolokacijskih podataka, kroz različite vrste vizualnih prikaza. Prostorne informacije u GIS tehnologiji su organizirane u slojevima informacija i vizualizirane kroz različite 2D ili 3D vizualne prikaze - karte ili mape, ili dinamičke prikaze u vidu animacija i video prikaza. Preko GIS platformi moguća je analiza i obrada prikupljenih statičkih ili dinamičkih prostornih podataka, komunikacija, pohranjivanje, vizualizacija, prezentacija i dijeljenje prostornih informacija. Geoprostorni podaci u GIS tehnologiji mogu biti prikupljeni, vizualizirani i podijeljeni preko mobilne i internet mreže.

Geografske karte su u razvoju ljudske civilizacije predstavljale važan način vizualizacije geoprostornih podataka. Korištenjem prostornih lokacija i računarske tehnologije mogu se dobiti interaktivne mape koje postaju dio svakodnevne primjene kako u stručnim oblastima tako i u privatnom i javnom životu.

Digitalizirane GIS mape uz geolokacijske podatke široko su dostupne preko različitih aplikacija, kao što su npr. Google Earth, Google Maps, Apple Maps, na različitim uređajima, od mobilnih telefona, preko tableta i desktop računara do različitih specijalističkih uređaja.

Slika 164.

*Vizualizacija geoprostornih podataka:
od klasičnih mapa do satelitskih
snimaka (Google Earth).*



Prostorne informacije određenog geografskog prostora mogu biti organizirane kroz odvojene slojeve, koji se vizualiziraju kao mapirani različiti objekti u prostoru : zgrade, putevi, vegetacija, različite vrste komunalnih instalacija, demografski ili klimatski podaci i slično.

U GIS sisteme mogu biti uključeni različiti podaci, od tekstualnih do shematskih ili fotografskih nastalih satelitskim snimanjem. Podaci mogu biti digitalizirani i vizualizirani u vektorskome ili rasterskom obliku.

Slika 165.

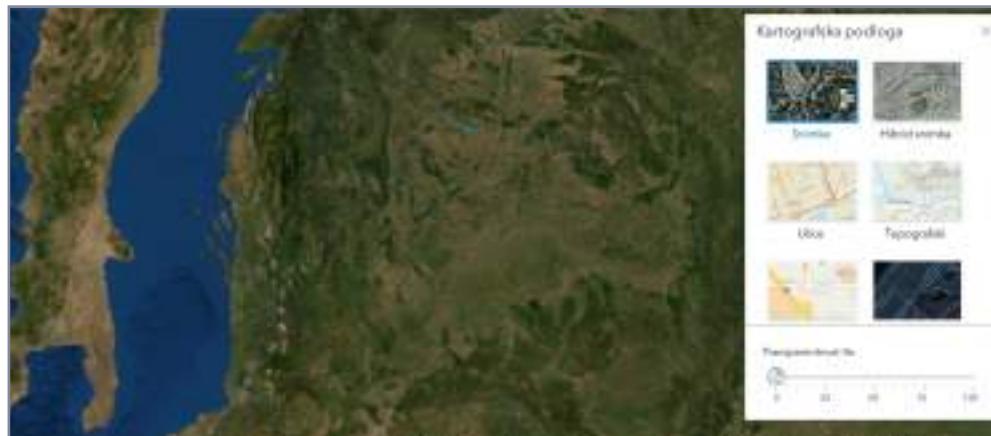
Prostorne informacije mapirane i vizualizirane u vektorskome i rasterskom obliku.

Karta grada Rima sa detaljem Koloseuma u različitim tipovima grafičkih prikaza (Apple Maps).



Pojam lokacijske inteligencije obuhvata GIS sisteme uz analitičku obradu i upotrebu u rješavanju različitih problema u prostornom planiranju i ostalim djelatnostima koje su povezane uz geografske informacije i parametre.

Digitalizirani prostorno-geografski podaci mogu se organizirati, pohranjivati, obrađivati, analizirati i vizualizirati kroz GIS softverske platforme kao što su Esri ArcGIS, Hexagon Geospatial Geomedia, MapInfo Professional, Global Mapper, AutoCAD Map 3D, Bentley Map, SuperGIS i drugi...



Slika 166.

Gis softverske platforme omogućavaju pristup različitim nivoima i načinima vizualizacije geoprostornih informacija.
Esri ArcGIS platforma.

CAD/CAM tehnologije

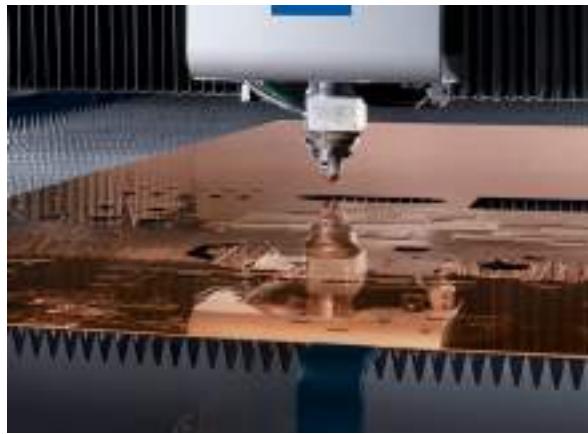
Pomoću 3D digitalnih geometrijskih informacijskih modela mogu se direktno kontrolisati, upravljati i izvoditi procesi materijalizacije i proizvodnje prototipova ili konkretnih materijalnih objekata (tehnikama CAM i 3D printanja).

Pojam CAD/CAM tehnologije označava integraciju dizajna nekog proizvoda pomoću digitalnih informacijskih modela i njihove materijalne proizvodnje vođene računarskim postupcima.

Proizvodnja pomoću računarske tehnologije kao tehnika CAM (Computer Aided Manufacturing) koristi digitalni 3D model objekta kao informacijsku bazu računarski upravljane proizvodnje fizičkih materijalnih objekata. Digitalne informacije o geometriji objekta se prenose u računarski upravljane mašine i alate koje na različite načine obrađuju i oblikuju materijal (CNC i laserski rezači, glodalice, 3D printeri).

CAM tehnologija obuhvata programe numeričke kontrole i optimizacije procesa izrade i upravljanja alata, uz mogućnosti simulacija i vizualizacije procesa izrade, proračuna materijalne potrošnje i vremena izrade, te produkciju proizvodne dokumentacije.

CNC (Computer Numerical Control) mašine, prevode informacije o geometriji objekta u numeričke podatke koji se prenose na mašinski dio alata koji može postići izuzetnu preciznost i omogućava produkciju velikog broja varijabilnih dijelova u izuzetno kratkom vremenu.



Slika 167.

CAD/CAM tehnologija - Laserski i CNC rezač.

Pomoću tehnika brze izrade prototipa (engl. rapid prototyping), uz pomoć mašina kao što su laserski rezač ili 3D printer, mogu se izraditi brzi fizički prototipovi iz digitalnih 3D modela.

Proces 3D printanja omogućava da se iz CAD 3D modela mehanički preko računarske kontrole modelira fizički trodimenzionalni objekt, dodavanjem određenog materijala, tzv. tehnikom aditivne manufakture. Osim izrade prototipova danas se 3D printanje koristi i u industrijskoj proizvodnji, omogućavajući preciznu izradu veoma složenih prostornih oblika i detalja.



Slika 168.

Izrada arhitektonske makete tehnikom 3D printanja.

3D printer (lijevo).

Materijalizirani 3D prototip arhitektonskog projekta iz 3D digitalnog modela.

(Diplomski rad na Arhitektonskom fakultetu u Sarajevu, autor Haris Handžić)

Zaključno razmatranje: Integracija nacrtnе geometrije i računarske grafike

Tehnički crtež u informacijskom dobu više nije samo posredna slikovna reprezentacija ili vizualizacija projekta, već postaje dio informacijskog virtualnog modela, koji omogućava inteligentnu kontrolu konceptualnog mišljenja, planiranja i izvedbe materijalnih procesa.

Klasična Nacrtna geometrija integriše se i proširuje svoje domene sa interaktivnim dinamičkim generativnim geometrijskim modelima potpomognutim razvojem računarskog modeliranja i grafike.

Za kreativni pristup kompleksnijim prostornim problemima je neophodan detaljniji uvid u geometrijsku strukturu prostora zasnovanu na geometrijskim relacijama i korelacijskim odnosima njihove prostorne grafičke vizualizacije i reprezentacije.

Odvajanje principa "digitalnog" modeliranja od manualnog grafičkog modeliranja, često je zasnovano na pojednostavljenim tumačenjima oba metoda, bez suštinske analize duboke zajedničke podloge i kontinuiteta. Iako se u savremenim CAD tehnikama daje prednost 3D modeliranju, potrebno je naglasiti da kreativan pristup rješavanju prostornih problema zahtijeva interpolaciju i međusobnu interakciju različitih prostornih informacijskih nivoa i dimenzija. Stoga je neophodno integrisati znanja i vladanje softverskim rješenjima CAD tehnologije sa teoretskim i praktičnim znanjima geometrijskog modeliranja u okvirima oblasti klasične Nacrtnе geometrije, koja predstavlja organiziran sistem kreiranja i grafičkog modeliranja prostorne forme uz koordinaciju različitih geometrijskih dimenzija i njihove grafičke reprezentacije.

Kompresija informacija koja je neophodna u inženjerskoj reprezentaciji, ne može se dati kroz jedan jednostavan prikaz, a principi Nacrtnе geometrije omogućavaju sistemsko povezivanje naizgled konfliktnih prikaza (npr. tlocrta i nacrta, presjeka i izgleda, različitih pogleda i izgleda nekog objekta).

Nacrtna geometrija kroz nove kompjutacijske paradigmе svoje mjesto ne nalazi samo u području matematskih nauka već i u području spoznajnih i vizualnih nauka.

Područje vještačke inteligencije koje je danas u ekspanziji uključuje kao bitne segmente vizualnu percepciju i vizualno mišljenje, prepoznavanje prostornih shematskih uzoraka i njihovu interpretaciju.

Nacrtna geometrija doprinosi poboljšanju intelektualnih kapaciteta sposobnosti prostorne vizualizacije i prostorne spoznaje.

Prostorna spoznaja i inteligencija ima određene specifičnosti i razlike u odnosu na logičku ili lingvistički verbaliziranu inteligenciju, izražavajući iskustva prostornih fenomena kao što su oblik, blizina i udaljenost, veličine i proporcije, kretanje i ritam.¹¹

11 K. Baynes, Vison, Modelling and Design. In E. Norman & N. Seery (Eds.), Graphicacy and Modelling. Loughborough, 2010.

Prostorne sposobnosti kao sposobnosti mentalnog vladanja kompleksnim prostornim konfiguracijama i relacijama, su značajno poboljšane nakon kurseva Nacrtnе geometrije, što je dokazano standardiziranim testovima.¹²

Potreba za inkorporiranjem koncepata proizašlih iz proučavanja umjetne inteligencije, kognitivne psihologije, matematičkog modeliranja i simulacijskih sistema, u jedinstvenu sistematičnu osnovu modeliranja u oblasti inženjerstva i dizajna, inicirana uvođenjem novih informacijskih tehnika, postavlja pitanje daljeg razvoja sistemskog modeliranja i adekvatnog vizualnog programskog jezika.¹³ Poznavanje principa nacrtnе geometrije po ovom pitanju može biti fundamentalno.

Geometrijsko prostorno modeliranje integrisano sa računarskom tehnikom i grafikom zahtijeva dublje poznavanje osnova geometrijskog prostornog poimanja.

12 C.Leopold, Principles of a Geometry Program for Architecture - Experiences, Examples, and Evaluations, Journal for Geometry and Graphics Volume 7 No. 1. 2003. pp.101–110.

13 B. Archer, A Definition of Cognitive Modelling in Relation to Design Activity, in Roberts, Archer and Baynes, Modelling: the language of designing. Design, Loughborough: Loughborough University, 1992.

Neverbalno vizualno mišljenje naročito bitnu ulogu ima u rješavanju prostornih inženjerskih problema. Inženjerski problemi često su suviše kompleksni zahtijevajući višestruke načine reprezentacije.

Inženjerski problemi često su suviše kompleksni zahtijevajući višestruke načine reprezentacije, na više različitih informacijskih nivoa i sa različitom rezolucijom detalja. Zbog toga je neophodno vladanje sistemom modeliranja kao što je Nacrtna geometrija koja omogućava povezivanje različitih informacijskih nivoa reprezentacije, sistemske povezujući različite dimenzije i različite apstrahovane prostorne nivoe složenosti.

Omogućavajući stvaranje vizualnog programskog jezika prostornog modeliranja, Nacrtna geometrija u svjetlu informacijskog doba nije tretirana samo kao grafička tehnika konstruisanja 2D ili 3D crteža, već postaje temeljem geometrijskog modeliranja koje ima generativni karakter, omogućavajući smislenu organizaciju informacijskog prostora, kao i kontrolu vidljivosti njegove višedimenzionalne reprezentacije.

Izvori ilustracija

Slika 1. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kepler-solar-system-1.png>
Slika 2. Autor, software Apophysis
Slika 3. pixabay. com.
<https://pixabay.com/da/photos/katte-øjne-vild-dyr-killing-1371991/>
Slike 4. - 5. Autor; software Graphic
Slika 6. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pyramids_of_the_Giza_Necropolis.jpg
Slika 7. Foto B. Čahtarević
Slika 8. Autor
Slika 9. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Euclid3a.gif>
Slika 10. Autor
Slika 11. pixabay.com ; autor
Slike 12 - 14. Autor
Slika 15. Autor, Graphic, SketchUp
Slika 16. Autor, SketchUp
Slika 17. Diplomski rad studentice Arh. fakulteta u Sarajevu, Sandra Seferagić
Slika 18. Diplomski rad studentice Arh. fakulteta u Sarajevu, Alma Alibegović
Slika 19. Diplomski rad studenta Arh. fakulteta u Sarajevu, Nermin Kahrović
Slike 20. Rad studenata Arh. fakulteta u Sarajevu na predmetu : Osnovi nacrtnе geometrije sa tehničkom i računarskom grafikom, Amna Džebo
Slike 21- 26. Autor, software Graphic, SketchUp
Slika 27. Autor, SketchUp
Slika 28. Autor, software Blender
Slike 29 - 31. Autor
Slika 32. Ass. Džana Suljević, d. i. a., radna podloga za vježbe na predmetu , Osnovi nacrtnе geometrije sa tehničkom i računarskom grafikom, Arh. fakultet u Sarajevu
Slike 33-38. Autor; Graphic

Slika 39. Autor, Graphic, SketchUp
Slika 40. Autor, Graphic
Slike 41- 50. Autor, Graphic
Slike 51- 54. Autor; Graphic, Blender
Slike 55-56. Autor, Graphic
Slike 57-58. Autor, Keynote
Slike 59-66. Autor
Slika 67. Rad studentice Arhitektonskog fakulteta u Sarajevu u okviru predmeta Nacrtna geometrija - Jasmina Imamović
Slike 68 - 77. Autor; Graphic
Slike 78 - 122. Autor, Graphic, Blender, SketchUp
Slika 123. Foto autor
Slika 124. Autor, AutoCad
Slika 125. Diplomski rad studentice Arhitektonskog fakulteta u Sarajevu, Bakal Sabina
Slika 126. Rad studenta Arhitektonskog fakulteta u Sarajevu , Benjamin Bojanić
Slika 127. Foto B.Čahtarević, obrada autor
Slika 128. Foto B. Čahtarević, obrada autor
Slike 129 -130. Autor, Graphic
Slika 131. autodesk.com, graphisoft.com, sketchup.com, librecad.org, blender.org
Slika 132. Autor, ArchiCad, AutoCad
Slika 133. Autor
Slike 134-139. Autor, ArchiCad, Graphic, Rhinoceros, AutoCad, Blender 2.81
Slike 140-145. Autor, Graphic
Slika 146. Diplomski rad studentice Arhitektonskog fakulteta u Sarajevu, Sandra Seferagić
Slika 147. Autor
Slika 148. Render student Arhitektonskog fakulteta u Sarajevu, Tukić Hamza
Slika 149 - 161. Autor, AutoCad, Blender, SketchUp, Rhinoceros

Izvori ilustracija

Slika 162. Autor; ArchiCad

Slika 163. Edin Srebrenica, Ma d. i. a. Revit; Autor, ArchiCad

Slika 164. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Old_World_map.png ;
Google Earth

Slika 165. AppleMaps

Slika 165. esri.com

Slika 167. [https://commons.wikimedia.org/wiki/](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:TRUMPF_Laserschneiden_Buntmetall.jpg)
[File:TRUMPF_Laserschneiden_Buntmetall.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Beestparts2.JPG)
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Beestparts2.JPG>

Slika 168. <https://pixabay.com/photos/printer-technology-3d-printer-4348148/>
Foto Haris Handžić, Diplomski rad na Arhitektonskom fakultetu u
Sarajevu

Literatura

Knjige

- Anagnosti, P. *Nacrtna geometrija*. Naučna knjiga, Beograd, 1984.
- Arnheim, R. *Umetnost i vizualno opažanje*. Univerzitet umetnosti, Beograd, 1987.
- Babić, I. Gorjanc, S. Slićević, A. Sirovicza, V. *Nacrtna geometrija - zadaci*. HDGG, Zagreb, 2002.
- Barker, S. *Filozofija matematike*. Nolit, Beograd, 1973.
- Bertoline, W. *Engineering Graphics, Fundamentals of Graphics Communication*. McGraw–Hill Primis , 2006.
- Bećirović, H. *Nacrtna geometrija sa tehničkim crtanjem i zbirkom zadataka*. Rudarsko- geološko građevinski fakultet, Tuzla, 2000.
- Devide, V. *Matematika kroz kulture i epohe*. Školska knjiga, Zagreb, 1979.
- Dovniković, L. *Nacrtna geometrija*. Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 1994.
- Đurović, V. *Nacrtna geometrija*. XI izdanje, Naučna knjiga, Beograd, 1985.
- Đurđanović, M. Mijailović, I. Glišović S. Kulašević, D. *Osnovi inženjerske grafike*. Fakultet zaštite na radu u Nišu, Niš, 2009.
- Euklid, Bilimović, A. *Euklidovi elementi*. Naučna knjiga, Beograd, 1949.
- Gagić, Lj. *Nacrtna geometrija*. Naučna knjiga, Beograd, 1993.
- Gibson, J. *The perception of the visual world*. Cambridge Press, 1950.
- Heilbron, J.L. *Geometry Civilized, history, culture and technique*. Oxford University Press, N.Y. 1998.

- Horvatić-Baldasar, K. Babić, I. *Nacrtna geometrija*. SAND, Zagreb, 2004.
- Jovanović, D. Poluprogramirani kurs deskriptive. priručnik, Arh. fakultet, Sarajevo, 2000.
- Justinijanović, J. *Nacrtna geometrija*. Školska knjiga, Zagreb, 1975.
- Keler, V. *Geštalt psihologija*. Nolit, Beograd, 1985.
- Kensek, K.M. Douglas, E.N. *Building Information Modeling, BIM in Current and Future Practice*. John Wiley & Sons, 2014.
- Korać, Ž. *Razvoj psihologije opažanja*. Nolit, Beograd, 1985.
- Lemeš, S. *Računarska grafika i geometrijsko modeliranje*. Politehnički fakultet Univerziteta u Zenici. 2017.
- Lieu, D.K. Sorby, S. *Visualization, Modeling, and Graphics for Engineering Design*, Delmar, New York, 2009.
- Majcen, J. *Opisno mjerstvo (deskriptivna geometrija)*. Tisak kr.zem.tiskare, Zagreb, 1921.
- Niče, V. *Deskriptivna geometrija*. Školska knjiga, Zagreb, 1992.
- Palman, D. *Projiciranja i metode nacrtne geometrije*. Školska knjiga, Zagreb, 1982.
- Pavlović, B. *Filozofija prirode*. Naprijed, Zagreb, 1978.
- Prvanović, M. *Osnovi geometrije*. Građ. Knjiga, Beograd, 1980.
- Rizvić, S. *Kompjuterska grafika i multimedija*. Arka Press, Sarajevo, 2004.
- Supek, I. *Nova fizika*. Školska knjiga, Zagreb, 1966.

Poglavlja u knjigama i članci u časopisima

Archer, B., A Definition of Cognitive Modelling in Relation to Design Activity, in Roberts, Archer and Baynes, *Modelling: the language of designing*. Design: Occasional Paper No.1. Loughborough: Loughborough University, 1992.

Baynes, K. Vison, Modelling and Design. In Norman, E.& Seery, N. (Eds.), *Graphicacy and Modelling*. Loughborough, 2010.

Ferguson, E. S., The Mind's Eye: Nonverbal Thought in Technology, *Science*, Vol. 197, Issue 4306, 1977. pp. 827-836. DOI: 10.1126/science.197.4306.827

Hofer, M. Asperl, A. Geometry in the CAAD Curriculum. In Kieferle J. and Ehlers, K. editors, *Predicting the Future - Proceedings of the 24th eCAADe Conference*, pp. 385–392. eCAADe, 2007.

Leopold, C. Principles of a Geometry Program for Architecture — Experiences, Examples, and Evaluations, *Journal for Geometry and Graphics*, Volume 7. No. 1. 2003. pp. 101–110.

Migliari, R. Descriptive Geometry: From its Past to its Future. *Nexus Network Journal*, Volume 14. Issue 3, pp. 555–571. SP Birkhäuser, Verlag, Basel. 2012.

Stachel, H. The Status of Todays Descriptive Geometry Related Education (CAD/CG/DG) in Europe. *Journal of Graphic Science of Japan*, Volume 41. Issue 3. pp. 42-47. 2007.

Turk, Ž. Descriptive Geometry: an Information Technology Perspective. In: Proceedings of the Eighth International Conference on Engineering Design Graphics and Descriptive Geometry, Austin, Texas, 1998.

Web adrese

www.autodesk.com

www.blender.com

www.esri.com

www.graphisoft.com

www.rhino3d.com

www.sketchup.com